

Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E.c)

Matematică *M_șt-nat*

Testul 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ știind că numerele $a, 4, b$ sunt în progresie geometrică și numerele $a, 5, b$ sunt în progresie aritmetică.
5p	2. Fie $m \in \mathbb{R}$ și funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2m + 1$. Determinați m pentru care graficul funcției f intersectează axa Oy în punctul de ordonată 1.
5p	3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\lg(\sqrt[3]{x}) - \lg^2(x^3) = 0$.
5p	4. Dintr-un lot de 4 profesori, 5 studenți și 8 elevi se alcătuieste o echipă formată din 2 profesori, 3 studenți și 3elevi. În câte moduri se poate alcătui echipa?
5p	5. Se consideră dreapta de ecuație $2x - y - 4 = 0$. Scrieți ecuația simetricii acestei drepte în raport cu punctul $A(1,2)$.
5p	6. Calculați aria triunghiului ABC în care $BC = 4$, măsura unghiului B este $\frac{\pi}{6}$ și a unghiului C este $\frac{5\pi}{12}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.
5p	a) Demonstrați că $A^2 - 3A + 2I_2 = O_2$.
5p	b) Demonstrați prin inducție matematică egalitatea $A^n = (2^n - 1)A - (2^n - 2)I_2$, pentru orice $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.
5p	c) Determinați valoarea numărului real x din egalitatea $A^2 + A^3 + \dots + A^{100} = (2^x - 103)(A - I_2) + 99I_2$.
	2. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \frac{1}{2}(xy - x - y + 3)$.
5p	a) Verificați dacă elementul neutru al legii " \circ " este 3.
5p	b) Determinați simetricul elementului 2 în raport cu legea " \circ ".
5p	c) Arătați că mulțimea $H = \{2k + 1/k \in \mathbb{Z}\}$ este parte stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea " \circ ".

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f : (-\infty, 2) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$.
5p	a) Arătați că funcția f nu are puncte de extrem.
5p	b) Demonstrați că $f(x) < 2, \forall x \in (-\infty, 2)$.
5p	c) Arătați că funcția f este concavă pe intervalul $(-\infty, 2)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{5+4\cos x}$.

5p

a) Calculați $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (5 + 4\cos x) \cos x \cdot f(x) dx$.

5p

b) Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe \mathbb{R} .

5p

c) Calculați $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f(x) dx$.

prof. Stoiu Aurora
Colegiul de Industrie Alimentară „Elena Doamna”, Galați