**Examenul de bacalaureat național 2022**
**Proba E.c)**
**Matematică M_mate-info**

**Testul 2**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***
***Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică***
- ***Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.***
- ***Timpul de lucru efectiv este de trei ore.***

## SUBIECTUL I (30 de puncte)

**5p** 1. Să se determine $x, y \in \mathbb{R}$ știind că $(x+1)(1-i)+(1-y)(1+i)=4$.

**5p** 2. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-2mx+2, m\in\mathbb{R}$. Aflați valorile lui $m$ pentru care vârful parabolei asociate funcției se află pe dreapta de ecuație $y=x$.

**5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $log_2(x+1)=1+log_2(x-2)$.

**5p** 4. Câte permutări ale mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$ au pe prima poziție un număr par?

**5p** 5. Se consideră punctele $A(0,a-1), B(1,-2), C(2,1), D(0,-3)$.
Să se determine $a\in\mathbb{R}$ știind că dreptele $AB$ și $CD$ sunt paralele.

**5p** 6. Determinați $x\in(0,\pi)$ pentru care $cos^2 x+2\,sin\,x=\frac{7}{4}$.

## SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & 1\\ 1 & m & 1\\ 1 & 1 & m\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} mx+y+z=1\\ x+my+z=1\\ x+y+mz=m\end{cases}$, $m\in\mathbb{R}$.

**5p** a) Arătați că $det(A(m))=(m+2)(m-1)^2$ pentru orice număr real $m$.

**5p** b) Să se rezolve sistemul de ecuații pentru $m\in\mathbb{R}\backslash\{-2,1\}$.

**5p** c) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care exact două dintre soluțiile $(x_0, y_0, z_0)$ ale sistemului îndeplinesc condiția $x_0{}^2+y_0{}^2=z_0{}^2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=9xy-3x-3y+\frac{4}{3}$.

**5p** a) Arătați că $x*y=9\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

**5p** b) Să se arate că mulțimea $M=(a,+\infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ față de legea de compoziție "$*$", oricare ar fi $a\in\left(\frac{4}{9},+\infty\right)$.

**5p** c) Arătați ca nu există niciun număr întreg al cărui simetric în raport cu legea "$*$" să fie număr întreg.

## SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2+6x+9}{e^x}$.

**5p** a) Arătați că $f'(x)=\frac{-(x+1)(x+3)}{e^x}, x\in\mathbb{R}$.

**5p** b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției $f$.

| | |
|---|---|
| **5p** | c) Demonstrați că: $(x+3)(y+3) \leq 4e^{\frac{x+y+2}{2}}$, pentru orice $x, y \in -3, \infty)$. |
| | 2. Pentru fiecare număr natural nenul $n$ se consideră numărul $I_n = \int_2^3 [(x-2)(3-x)]^n dx$. |
| **5p** | a) Să se arate că $I_1 = \frac{1}{6}$. |
| **5p** | b) Să se demonstreze că $(4n+2)I_n = n \cdot I_{n-1}$ , pentru orice număr natural $n \geq 2$. |
| **5p** | c) Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} I_n$. |

**Prof. Alina Dumitrașcu**
**Liceul Teoretic „Dunarea”, Galați**