

Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E.c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Testul 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

| | | |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. | $(1 + 2\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(4 + \sqrt{8}) = 1 + 4\sqrt{2} + 8 - 4\sqrt{2} - 4$ $= 9 - 4 = 5$ | 3p 2p |
| 2. | $f(-3) = 4 \Leftrightarrow -6a + 2a = 4$ $a = -1$ | 2p 3p |
| 3. | $\log_5(x + 1) + 2 = 4 \Leftrightarrow \log_5(x + 1) = 2 \Leftrightarrow x + 1 = 5^2$ $x = 24$, care convine | 3p 2p |
| 4. | $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3!} = 20$, $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$ $A_5^2 - C_5^3 = 20 - 10 = 10$ | 3p 2p |
| 5. | $x_C = \frac{X_A + X_B}{2} = 3$, $y_C = \frac{Y_A + Y_B}{2} = 4$, $C(3; 4)$; $x_M = \frac{7+3}{2} = 5$, $y_M = \frac{2+4}{2} = 3$, $M(5; 3)$ $OM = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5 - 0)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$ | 3p 2p |
| 6. | $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{MN}{\sin P} = \frac{MP}{\sin N} = \frac{PN}{\sin M}$ $\frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{MP}{\sin 45^\circ} \Leftrightarrow \frac{6}{\frac{1}{2}} = \frac{MP}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow 12 = \frac{2MP}{\sqrt{2}}$ $MP = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$ | 3p 2p |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

| | | |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1.a) | $\det N = \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 0 \cdot (-2) - 6 \cdot (-1) =$ $= 0 + 6 = 6.$ | 3p 2p |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|

| | | |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| b) | $M(x-1) = \begin{pmatrix} 1+x-1 & 2 \\ -1 & 1-(x-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 2 \\ -1 & 2-x \end{pmatrix}$ $M(x) \cdot M(x-1) = \begin{pmatrix} (1+x) \cdot x + 2(-1) & (1+x) \cdot 2 + 2 \cdot (2-x) \\ (-1) \cdot x + (1-x) \cdot (-1) & (-1) \cdot 2 + (1-x) \cdot (2-x) \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} x+x^2-2 & 6 \\ -1 & -3x+x^2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x^2+x-2 & 6 \\ -1 & -3x+x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } x = 1.$ | <p style="text-align: right;">3p</p> <p style="text-align: right;">2p</p> |
| c) | $M(0) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \det M(0) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0 \Rightarrow M(0) \text{ inversabilă}$ $(M(0))^{-1} = \frac{1}{\det M(0)} \cdot M(0)^* = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $X = N \cdot (M(0))^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 \cdot 1 + 6 \cdot 1 & 0 \cdot (-2) + 6 \cdot 1 \\ -1 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 & (-1) \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ | <p style="text-align: right;">3p</p> <p style="text-align: right;">2p</p> |
| 2.a) | $\frac{1}{2} \circ 2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot 2 + 1 =$ $= 1 \cdot 2 + 1 + 4 + 1 = 8$ | <p style="text-align: right;">3p</p> <p style="text-align: right;">2p</p> |
| b) | $xoy = 2xy + 2x + 2y + 1 = 2x(y+1) + 2y + 2 - 1 =$ $= 2x(y+1) + 2(y+1) - 1 =$ $= (2x+2)(y+1) - 1 = 2(x+1)(y+1) - 1, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$ | <p style="text-align: right;">3p</p> <p style="text-align: right;">2p</p> |
| c) | $(x-2) \circ (x-2) = 2(x-1)(x-1) - 1 = 2x^2 - 4x + 2 - 1 = 2x^2 - 4x + 1$ $2x^2 - 4x + 1 = 1 \Leftrightarrow$ $2x^2 - 4x = 0, \text{ de unde obținem } x = 0 \text{ sau } x = 2$ | <p style="text-align: right;">3p</p> <p style="text-align: right;">2p</p> |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

| | | |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.a) | $f'(x) = \frac{(e^x)' \cdot (x+1) - e^x \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{e^x(x+1) - e^x \cdot 1}{(x+1)^2} =$ $= \frac{e^x(x+1-1)}{(x+1)^2} = \frac{e^x \cdot x}{(x+1)^2}, \quad x \in (-1, \infty).$ | <p style="text-align: right;">3p</p> <p style="text-align: right;">2p</p> |
| b) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x^2)}{f(x^2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2+1} \stackrel{l'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2)'}{(x^2+1)'} =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{2x} = 1$ | <p style="text-align: right;">3p</p> <p style="text-align: right;">2p</p> |
| c) | $f'(x) = 0 \Leftrightarrow xe^x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ $f'(x) \leq 0, (\forall)x \in (-1, 0] \Rightarrow f \text{ descrescătoare pe } (-1, 0];$ $f'(x) \geq 0, (\forall)x \in [0, \infty) \Rightarrow f \text{ crescătoare pe } [0, \infty)$ $\text{Deci } f(x) \geq f(0), (\forall)x \in (-1, \infty) \Rightarrow \frac{e^x}{x+1} \geq 1 \text{ și cum } x+1 > 0, (\forall)x \in (-1, \infty)$ $\Rightarrow e^x \geq x+1, (\forall)x \in (-1, \infty)$ | <p style="text-align: right;">3p</p> <p style="text-align: right;">2p</p> |
| 2.a) | $\int_1^3 [\ln x + x - f(x)] dx = \int_1^3 (\ln x + x - \ln x + x) dx = \int_1^3 2x dx = 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big _1^3 = x^2 \Big _1^3$ | <p style="text-align: right;">3p</p> |

**MINISTERUL EDUCAȚIEI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GALAȚI**

| | | |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| | $= 9 - 1 = 8.$ | 2p |
| b) | $\int_1^e [2f(x) + x]dx = \int_1^e (2 \ln x - x)dx = 2 \int_1^e 1 \cdot \ln x \, dx - \frac{x^2}{2} \Big _1^e =$ | 2p |
| | $= 2 \int_1^e x' \ln x \, dx - \left(\frac{e^2}{2} - \frac{1^2}{2}\right) =$ $= 2 \left(x \ln x \Big _1^e - \int_1^e x \cdot \frac{1}{x} dx \right) - \frac{e^2 - 1}{2} =$ $= 2(e - 0 - x \Big _1^e) - \frac{e^2 - 1}{2} = \frac{5 - e^2}{2}$ | 3p |
| c) | F primitivă oarecare a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$, pentru orice număr $x > 0$. $F''(x) = f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1 - x}{x}$ și cum $x > 1$; $1 - x < 0, (\forall)x \in (1, \infty) \Rightarrow$ $F''(x) < 0, (\forall)x \in (1, \infty)$, deci orice primitivă F a funcției f este concavă pe $(1, \infty)$. | 2p 3p |

Prof. Alexa Lenuța
Colegiul Economic "Virgil Madgearu", Galați