Examen de bacalaureat național 2022
Proba E.c)
Matematică M_*tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Testul 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesioanele; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat în lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\left(2+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{24}{31}-\sqrt[3]{8}=\left(\frac{24}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}\right)\cdot\frac{24}{31}-2$ $=\frac{31}{12}\cdot\frac{24}{31}-2=\frac{24}{12}-2=0$	**3p** **2p**
2.	$f(m)=1\Longrightarrow 4-2m=1$ $-2m=-3\Rightarrow m=\frac{3}{2}$	**3p** **2p**
3.	$p=400+\frac{15}{100}\cdot 400$, unde p este prețul obiectului după scumpire $p=460$ de lei	**3p** **2p**
4.	Un an bisect este divizibil cu 4. Ultimul an bisect anterior anului 2022 este anul 2020 și primul an bisect precedent anului 1970 este anul 1972. $nr=\frac{2020-1972+4}{4}=13$, unde nr este numărul anilor bisecți dintre anii 1970 și 2022. Deci numărul cazurilor favorabile este 13, iar numărul cazurilor posibile este 2022-1970+1=53 iar probabilitatea P= $\frac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}}$, deci $P=\frac{13}{53}$.	**2p** **2p** **1p**
5.	Fie C simetricul punctului A față de B, deci B este mijlocul segmentului AC. $x_B=\frac{x_A+x_C}{2}\Rightarrow 2=\frac{1+x_C}{2}\Rightarrow x_C=3$ $y_B=\frac{y_A+y_C}{2}\Rightarrow 4=\frac{2+y_C}{2}\Rightarrow y_C=6$, deci C(3,6)	**3p** **2p**
6.	Aplicând teorema cosinusului în ΔABC, se obține: $\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2\cdot AB\cdot BC}=\frac{(2\sqrt{3})^2+6^2-3^2}{2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 6}$ $\cos B=\frac{39}{24\sqrt{3}}=\frac{13\sqrt{3}}{24}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$M(1)=2A+I_2=\begin{pmatrix}5 & 8\\ 2 & 5\end{pmatrix}\Rightarrow det\big(M(1)\big)=\begin{vmatrix}5 & 8\\ 2 & 5\end{vmatrix}=5\cdot 5-8\cdot 2=$	**3p**

	$= 25 - 16 = 9$	**2p**
b)	$M(a)\cdot M(b) = (2aA + I_2)\cdot(2bA + I_2) = 4abA^2 + 2aA\cdot I_2 + 2bA\cdot I_2 + I_2 =$ $4ab\begin{pmatrix}8 & 16\\4 & 8\end{pmatrix} + 2a\begin{pmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{pmatrix} + 2b\begin{pmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{pmatrix}+I_2 = 16ab\begin{pmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{pmatrix} + 2a\begin{pmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{pmatrix} + 2b\begin{pmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{pmatrix}+I_2$ $= 16abA + 2aA + 2bA + I_2 = (16ab + 2a + 2b)A + I_2 = 2(8ab + a + b)A + I_2$ $= M(8ab + a + b)$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$	**3p** **2p**
c)	$xA + I_2 = x\begin{pmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x+1 & 4x\\x & 2x+1\end{pmatrix}$, deci $\det(xA + I_2) = (2x + 1)(2x + 1) - 4x^2 = 4x + 1$ $4x + 1 < 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{1}{4}\right)$	**3p** **2p**
2.a)	$0 * 2022 = 0\cdot 2022 - 2\cdot 0 - 2\cdot 2022 + 6 =$ $= -4044 + 6 = -4038$	**3p** **2p**
b)	$x * e = e * x = x$, pentru orice număr real $x \Rightarrow xe - 2x - 2e + 6 = x$ $xe - 2e = 3x - 6 \Rightarrow (x - 2)(e - 3) = 0 \Rightarrow e = 3, \forall x \in \mathbb{R}$ $3 * x = x,\ \forall x \in \mathbb{R}$, deci $e = 3$ este elementul neutru al legii de compoziție “$*$”	**3p** **2p**
c)	Ecuația $x * y = 1$ devine $(x - 2)(y - 2) + 2 = 1 \Rightarrow (x - 2)(y - 2) = -1$ care în $\mathbb{Z}$ are soluțiile: $x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3; y - 2 = -1 \Rightarrow y = 1$ $x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1; y - 2 = 1 \Rightarrow y = 3$ $S = \{(3,1); (1,3)\}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{x'(x^2+1) - x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \dfrac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2+1)^2} =$ $= \dfrac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}, x \in \mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$f(1) = \frac{1}{2}, f'(1) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)\cdot(x - 1)$, adică $y = \frac{1}{2}$.	**3p** **2p**
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1\ sau\ x = -1$ $x \in (-\infty, -1] \Rightarrow f'(x) \le 0$, deci f este descrescătoare pe $(-\infty, -1]$; $x \in [-1,1] \Rightarrow f'(x) \ge 0$, deci f este crescătoare pe $[-1,1]$; $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f'(x) \le 0$, deci f este descrescătoare pe $[1, +\infty)$.	**2p** **3p**
2.a)	$\lim_{\substack{x\to 1\\x<1}} f(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\x>1}} f(x) = 3 = f(1) \Rightarrow$funcția f este continuă în $x = 1$ f este continuă pe $(-\infty, 1)$ și pe $(1, +\infty) \Rightarrow$ f este continuă pe $\mathbb{R}$, deci funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.	**3p** **2p**

b)	$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 \frac{x^2+5}{2} dx + \int_1^2 (2x+1)\, dx = \int_0^1 \frac{x^2}{2} dx + \int_0^1 \frac{5}{2} dx + \int_1^2 2x\, dx + \int_1^2 1\, dx$ $=\left(\frac{x^3}{6} + \frac{5x}{2}\right)\Big\vert_0^1 + \left(2\frac{x^2}{2} + x\right)\Big\vert_1^2 = \frac{1}{6} + \frac{5}{2} + 4 - 1 + 2 - 1 = \frac{1+15+24}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$	**3p** **2p**
c)	$\int_0^1 e^x \cdot f(x)dx = \int_0^1 e^x \cdot \left(\frac{x^2+5}{2}\right) dx = e^x \cdot \left(\frac{x^2+5}{2}\right)\Big\vert_0^1 - \int_0^1 e^x \cdot \left(\frac{x^2+5}{2}\right)' dx = 3e - \frac{5}{2} -$ $\int_0^1 e^x \cdot x\, dx = 3e - \frac{5}{2} - \left(e^x \cdot x\Big\vert_0^1 - \int_0^1 e^x \cdot x'\, dx\right) =$ $= 3e - \frac{5}{2} - e + \int_0^1 e^x \cdot 1\, dx = 3e - \frac{5}{2} - e + e^x\Big\vert_0^1 = 3e - \frac{5}{2} - e + e - 1 = 3e - \frac{7}{2}$	**3p** **2p**

Prof. Ciubotariu Alina
Liceul Tehnologic „Traian Vuia”, Galați