Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E.c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Testul 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\text{ab} = 16; \text{a} + \text{b} = 10$ $t^2 - 10t + 16 = 0$ cu rădăcinile a *și* b $a = 2$ *și* $b = 8$ și $a = 8$ *și* $b = 2$.	**2p** **1p** **2p**
2.	$G_f \cap 0y \Longrightarrow x = 0, y = 1$ $3 \cdot 0 - 2m + 1 = 1 \Longrightarrow m = 0$	**2p** **3p**
3.	$lg(\sqrt[3]{x}) - lg^2(x^3) = 0. \Leftrightarrow \frac{1}{3} lgx - (3lgx)^2 = 0 \Leftrightarrow lgx = 0, lgx = \frac{1}{27}$ $\text{x} = 1, x = \sqrt[27]{10}$, care convin.	**3p** **2p**
4.	$C_4^2 = 6;\ C_5^3 = 10; C_8^3 = 56$ $C_4^2 C_5^3 C_8^3 = 3360$ de moduri.	**3p** **2p**
5.	$B(2,0)$ și $C(0,-4)$ aparțin dreptei date, Simetricele acestora în raport cu puncul A sunt $B^{'}(0,4)$ și $C^{'}(2,8)$ Dreapta căutată este $B^{'}C^{'}: 2x - y + 4 = 0$	**2p** **2p** **1p**
6.	Triunghiul ABC este isoscel$\Longrightarrow AB = BC$ Aria triunghiului este egală cu $\frac{AB \cdot BC \cdot sin(\sphericalangle AB,BC)}{2} = 4$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\text{A}^2 = \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$ Finalizare	**2p** **3p**
b)	Verificarea este realizată la punctul anterior. Presupunem egaliatatea adevărată pentru $n = k$ și demonstrăm pentru $n = k + 1$ $A^{k+1} = A \cdot A^k = A[(2^k - 1)A - (2^k - 2)I_2] = (2^k - 1)A^2 - (2^k - 2)A$ $= (2^k - 1)(3A - 2I_2) - (2^k - 2)A$ $= (3 \cdot 2^k - 3 - 2^k + 2)A - (2 \cdot 2^k - 2)I_2$ $= (2^{k+1} - 1)A - (2^{k+1} - 2)I_2$.	**1p** **2p** **2p**
c)	$\text{A}^2 + \text{A}^3 + \cdots \text{A}^{10}$ $= (2^2 - 1 + 2^3 - 1 + \cdots + 2^{100} - 1)A$ $- (2^2 - 2 + 2^3 - 2 + \cdots + 2^{100} - 2)I_2$ $= (2^{101} - 4 - 99)A - (2^{101} - 4 - 198)I_2$ $= (2^{101} - 103)(A - I_2) + 99I_2$. Obținem $x = 101$.	**2p** **2p** **1p**

2.a)	$x \circ 3 = \frac{1}{2}(x \cdot 3 - x - 3 + 3) = x$ $3 \circ x = \frac{1}{2}(3 \cdot x - 3 - x + 3) = x$ Elementul neutru este 3	**2p** **2p** **1p**
b)	$a \in R\,, a \circ 2 = 2 \circ a = 3$ $2 \circ a = a \circ 2$ $\frac{1}{2}(2a - 2 - a + 3) = 3$ $a + 1 = 6 \Longrightarrow a = 5$	**1p** **1p** **1p** **2p**
c)	$x, y \in H \Longrightarrow x = 2k + 1; y = 2p + 1, k, p \in Z$ $x \circ y = \frac{1}{2}(4kp + 2k + 2p + 1 - 2k - 1 - 2p - 1 + 3)$ $x \circ y = 2kp + 1 \in H$	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	Funcția f este continuă și derivabilă pe $(-\infty, 2)$ $f'(x) = \frac{(2x+1)'(x-2)-(2x+1)(x-2)'}{(x-2)^2} = -\frac{5}{(x-2)^2}$ Nu are niciun punct critic, deci funcția nu are puncte de extrem.	**3p** **2p**
b)	$f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty, 2) \Longrightarrow$ funcția este strict descrescătoare pe $(-\infty, 2)$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2;\ \lim\limits_{x \searrow 2} f(x) = -\infty$ $f(x) < 2. \forall x \in (-\infty, 2),$	**2p** **2p** **1p**
c)	$f''(x) = \left(f'(x)\right)' = \frac{10}{(x-2)^3} < 0, \forall x \in (-\infty, 2)$ deci f este concavă pe intervalul $(-\infty, 2)$.	**3p** **2p**
2.a)	$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (5 + 4cosx)cosx \cdot f(x)dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (5 + 4cosx)cosx \cdot \frac{1}{5 + 4cosx} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} cosxdx = sinx \Big\|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} =$ $= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}.$	**3p** **2p**
b)	Fie $F: R \to R$ o primitivă a funcției $f \Longrightarrow F'(x) = f(x) = \frac{1}{5+4cosx}$ $-1 \le cosx \le 1; -4 \le 4cosx \le 4; 1 \le 5 + 4cosx \le 9;\ \frac{1}{9} \le \frac{1}{5 + 4cosx} \le 1$ $\Longrightarrow F'(x) > 0, \forall x \in R \Longrightarrow F$ strict crescătoare pe R.	**1p** **3p** **1p**
c)	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sinxf(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sinx}{5 + 4cosx} dx = -\frac{1}{4} ln\|5 + 4cosx\| \Big\|_0^{\frac{\pi}{2}} =$ $-\frac{1}{4}(ln5 - ln9) = -\frac{1}{4} ln\frac{5}{9}.$	**3p** **2p**

prof. Aurora Stroiu
Colegiul de Industrie Alimentară „Elena Doamna”, Galați