Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E.c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Testul 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$x_V = 3,\quad y_V = -36,\qquad V(3;-36)$ $f(-3) = 0,\ f(10) = 13$ $f([-3;10]) = [-36;13]$	**2p** **2p** **1p**
2.	$3y = -x,\quad 7x + 24\sqrt{5} = -x$ $x = -3\sqrt{5},\quad y = \sqrt{5},\quad A(-3\sqrt{5};\sqrt{5})$	**2p** **3p**
3.	$\log_3 x + \frac{1}{3\log_3 x} = \frac{28}{9}$, se notează $\log_3 x = t$ Se obţine ecuaţia $9t^2 - 28t + 3 = 0$, cu soluţiile $t_1 = \frac{1}{9}$ şi $t_2 = 3$. $x_1 = \sqrt[9]{3}$ şi $x_2 = 27$, care verifică condiţiile de existenţă a logaritmilor	**1p** **2p** **2p**
4.	Numărul cazurilor posibile este 51. Dacă $m = 0,\ n \in \{0,1,2\}$ şi $a \in \{1,5,25\}$, dacă $m = 1,\ n \in \{0,1\}$ şi $a \in \{3,15\}$, dacă $m = 2,\ n \in \{0,1\}$ şi $a \in \{9,45\}$, dacă $m = 3,\ n = 0$ şi $a = 27$. Numărul cazurilor favorabile este 8. $P = \frac{8}{51}$	**1p** **3p** **1p**
5.	$\frac{2}{-1} = -11 \cdot \frac{2}{11} \neq \frac{-1}{3} \iff -2 = -2 \neq \frac{-1}{3} \iff d_1 \parallel d_2$ Pentru $x = 6$ se obţine $y = 1$ şi găsim punctul $A(6;1) \in d_1$. $d(d_1, d_2) = d(A, d_2) = \frac{\left\lvert -6 + \frac{11}{2} \cdot 1 + 3 \right\rvert}{\sqrt{1 + \frac{121}{4}}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$	**1p** **2p** **2p**
6.	$m(\sphericalangle A) = 120^\circ,\quad m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 30^\circ$ $\frac{AB}{sinC} = \frac{BC}{sinA} \Rightarrow AB = 8,\quad A_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot sinA}{2} = 16\sqrt{3}$ $p = \frac{AB + BC + AC}{2} = 8 + 4\sqrt{3}$, $r = \frac{S}{p} = 8\sqrt{3} - 12$	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	A este inversabilă $\Leftrightarrow$ $detA \neq 0$ $detA = (2m + 1)(m^2 - 6m + 11)$ $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$	**1p** **2p** **2p**
b)	$detA = 2m^3 - 11m^2 + 16m + 11$ $m(m^2 - 6m - 16) = 0 \Rightarrow m_1 = 0,\quad m_2 = -2,\quad m_3 = 8$ $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m = 8$	**1p** **3p** **1p**
c)	$detA = 18 \neq 0 \Rightarrow A$ este inversabilă	**1p**

	$A^{-1}=\frac{1}{18}\begin{pmatrix}3 & -7 & 10\\ 3 & -1 & 4\\ -6 & 8 & 4\end{pmatrix}$	**2p**
	$X=A^{-1}\cdot B=\begin{pmatrix}-1\\ 1\\ 4\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$(-1)*(-3)=6\cdot(-1)\cdot(-3)-2\cdot(-1)-2\cdot(-3)+1=$ $=18+2+6+1=27$	**2p** **3p**
b)	$6ax-2a-2x+1=a$ $(2x-1)(3a-1)=0,\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ $a=\frac{1}{3}\in\mathbb{R}$	**1p** **3p** **1p**
c)	$x*y=6\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$ $x*x*x=36\left(x-\frac{1}{3}\right)^3+\frac{1}{3}$ $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left[36\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-1\right]=0\ \ \Rightarrow\ \ x\in\left\{\frac{1}{6};\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{2}\right\}$	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty\ \ \Rightarrow$ nu există asimptotă orizontală la graficul funcției spre $+\infty$ $y=mx+n,\ \ m\in\mathbb{R}^*, n\in\mathbb{R}$ $m=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}[ln(x+2)+1]=+\infty$ $\Rightarrow$ nu există asimptotă oblică la graficul funcției spre $+\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\ x>-2}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to-2\\ x>-2}}\frac{\ln(x+2)}{\frac{1}{x+2}}-2=\lim\limits_{\substack{x\to-2\\ x>-2}}(-x-2)-2=-2$ $\Rightarrow$ nu există asimptotă verticală la graficul funcției	**1p** **2p** **2p**
b)	$f'(x)=\ln(x+2)+1,\ \ f'(x)=0\ \ \Rightarrow\ \ x=-2+\frac{1}{e}\in(-2;+\infty)$ $f'(x)\le 0,\forall x\in\left(-2;-2+\frac{1}{e}\right]$ și $f'(x)\ge 0,\forall x\in\left[-2+\frac{1}{e};+\infty\right)$ f este descrescătoare pe $\left(-2;-2+\frac{1}{e}\right]$ și f este crescătoare pe $\left[-2+\frac{1}{e};+\infty\right)$	**2p** **2p** **1p**
c)	Din punctul b) avem $f(x)\ge f\left(-2+\frac{1}{e}\right)$, pentru orice $x\in(-2;+\infty)$ $(x+2)\ln(x+2)\ge-\frac{1}{e}$ $\ln\left(\frac{1}{x+2}\right)\le\frac{1}{e(x+2)}$, $\forall x>-2$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$\int\frac{(x+1)f(x)}{e^x}dx=\int\frac{(x+1)^2}{x}dx=$ $=\int\left(x+2+\frac{1}{x}\right)dx=$ $=\frac{x^2}{2}+2x+lnx+C$	**1p** **2p** **2p**
b)	$\int_1^2 x^2f(x)dx=\int_1^2(x^2+x)e^xdx=$ $=(x^2+x)e^x\Big\vert_1^2-(2x+1)e^x\Big\vert_1^2+2e^x\Big\vert_1^2=$ $=3e^2-e$	**1p** **2p** **2p**
c)	$F''(x)=f'(x)=\frac{(x^2+x-1)e^x}{x^2}$	**2p**

	$F''(x)=0 \Rightarrow x^2+x-1=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2} \notin [1;+\infty)$	**1p**
	$F''(x)>0, \forall x\in[1;+\infty) \Rightarrow F$ este convexă pe $[1;+\infty)$	**2p**

Prof. Radu Laura
Liceul Teoretic „Emil Racoviţă”, Galaţi