Examenul naţional de bacalaureat 2023
Simulare la nivel județean
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că a_1=6 și a_3=10.

5p **2.** Să se determine numărul real m ştiind că punctul $A(2,m)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+1}+3^{x-1}=10$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor mai mare sau egală cu 16.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A(2,m)$ și $B(m+1,-4)$. Să se determine numărul real *m* pentru care lungimea segmentului determinat de punctele *A* şi *B* este $\sqrt{17}$.

5p **6.** În triunghiul *ABC* se cunosc *AB*=3, *BC*=5 și măsura unghiului B de 60° . Să se calculeze perimetrul triunghiului *ABC*.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. În $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x+2&-x\\-x&x+3\end{pmatrix}$, unde *x* este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det(A(-1))=1$.

5p **b)** Determinaţi numărul real *x* pentru care $\det(A(x)\cdot A(-3)+2I_2)=5$.

5p **c)** Determinaţi matricea $X\in M_2(\mathbb{R})$, știind că $A(-1)\cdot X=A(2)$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie:

$$x*y=x+y+\frac{xy}{2},$$

5p **a)** Arătaţi că $4*(-4)=-8$.

5p **b)** Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie " $*$ ".

5p **c)** Determinaţi suma numerelor întregi *m* care verifică inegalitatea:

$$(2m)*(-3m)\geq -4.$$

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2x^2-x+1}{x-1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{2x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x\in(1,\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **c)** Arătaţi că f este convexă pe intervalul $(1,\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x-2)$.

5p **a)** Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe intervalul $(2,\infty)$

5p **b)** Arătaţi că $\int_1^3 f(x)\cdot e^{-x}dx=0$.

5p **c)** Calculaţi $\int_2^3 f(x)dx$.