Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat

Testul 1

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1.Arătați că numerele reale nenule a, b, c sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice dacă și numai dacă $(a+b+c)(a-b+c)=a^2+b^2+c^2$.

5p 2. Se consideră funcția bijectivă f : $\mathbb{R} / \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}/\{1\}$, $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$. Calculați $f^{-1}(3)$.

5p 3.Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $3lg^2(x^2)-lgx-1=0$.

5p 4.Determinați termenul din dezvoltarea $\left(\sqrt[5]{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{21}$ care conține pe x , $x \in \mathbb{R}^*$.

5p 5.Demonstrați că într-un triunghi oarecare ABC, vectorul $2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ nu depinde de M, oricare ar fi punctul M din planul triunghiului.

5p 6.Stabiliți semnul numărului sin 6.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricile $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $X(a)=I_2+aA,\ a \in \mathbb{R}$.

5p a) Demonstrați că $A^2=4A$.

5p b) Demonstrați că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+4ab), (\forall)a,b \in \mathbb{R}$.

5p c) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $(X(a))^4=X\left(-\frac{1}{4}\right)$.

2.Pe mulțimea $\mathrm{M}=(0,\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=\sqrt{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}}$.

5p a) Demonstrați că $1\circ\frac{1}{2}$ **nu** este număr rațional.

5p b) Demonstrați că $x\circ y \geq \sqrt{2}, (\forall)x,y \in (0,\infty)$.

5p c) Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astefel încât $(sinx)\circ(cosx)=\sqrt{2}$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1.Se consideră funcția $f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{e^x-2}{e^x+1}$.

5p a) Demonstrați că $f'(x)=\frac{3e^x}{(e^x+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.

5p b) Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f.

5p c) Determinați numerele reale x pentru care $f(x)\in\mathbb{Z}$.

2.Se consideră funcția $f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{x^2+1}, x\in(-\infty,0)\\ x\cdot e^{-x}, x\in[0,\infty)\end{cases}$

5p a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p	b) Calculați $\int_0^1 f(x) \cdot e^{2x} dx$.
5p	c) Calculați $\lim_{x \searrow 0} \frac{\int_x^{x^2+2x} f(t)dt}{x^2}$.

prof. Aurora Olivia Mironescu
Liceul Teoretic „Emil Racoviță”-Galați