Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică M_şt-nat
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

• Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$[(a+c)+b][(a+c)-b]=a^2+b^2+c^2 \Leftrightarrow (a+c)^2-b^2=a^2+b^2+c^2 \Leftrightarrow$ $2ac=2b^2 \Leftrightarrow b^2=ac$, ceea ce înseamnă că numerele a,b,csunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice	**3p** **2p**
2.	$f^{-1}(3)=x, x\in \mathbb{R}/\{1\} \Leftrightarrow f(x)=3 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x-1}=3$ $x=2 \Rightarrow f^{-1}(3)=2$	**3p** **2p**
3.	$3lg^2(x^2)-lgx-1=0 \Leftrightarrow 12lg^2(x)-lgx-1=0 \Leftrightarrow lgx=\frac{1}{3}, lgx=-\frac{1}{4}$ $\mathrm{x}=\sqrt[3]{10}, x=\frac{1}{\sqrt[4]{10}}$, care convin.	**3p** **2p**
4.	$\mathrm{T}_{\mathrm{k+1}}=C_n^k x^{\frac{21-k}{5}-\frac{k}{3}}, k\in\{0,1,2,\dots 21\} \Rightarrow \frac{21-k}{5}-\frac{k}{3}=1$ $k=6 \Rightarrow T_7=C_{21}^6 x$	**3p** **2p**
5.	$2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BM})+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MC}=$ $=2(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MA})+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$, ceea ce înseamnă că vectorul nu depinde de punctul M	**3p** **2p**
6.	$\frac{3\pi}{2}<6<2\pi$, rezultă că 6 se află în cadranul IV, $\sin 6<0$	**3p** **2p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$\mathrm{A}^2=\begin{pmatrix}12 & 4\\12 & 4\end{pmatrix}=$ $=4\begin{pmatrix}3 & 1\\3 & 1\end{pmatrix}=4A$	**3p** **2p**
b)	$X(a)\cdot X(b)=(I_2+aA)\cdot(I_2+bA)=I_2+aA+bA+abA^2=$ $=I_2+aA+bA+4abA=X(a+b+4ab), (\forall)a,b\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
c)	$(X(a))^2=X(2a+4a^2) \Rightarrow (X(a))^4=X(2(2a+4a^2)+4(2a+4a^2)^2) \Rightarrow$ $2(2a+4a^2)+4(2a+4a^2)^2=-\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(2(2a+4a^2)+\frac{1}{2}\right)^2=0 \Leftrightarrow$ $16a^2+8a+1=0$, de unde $a=-\frac{1}{4}$ care convine.	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$1\circ\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2}}+\frac{\frac{1}{2}}{1}}=$ $\sqrt{2+\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{5}{2}}\notin\mathbb{Q}$	**2p** **3p**
b)	$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2, (\forall)x,y\in(0,\infty) \Rightarrow$	**3p** **2p**

	$x \circ y \geq \sqrt{2}, (\forall)x, y \in (0, \infty)$	
c)	$(sinx) \circ (cosx) = \sqrt{\frac{cos^2x + sin^2x}{sinx \cdot cosx}} = \sqrt{\frac{1}{sinx \cdot cosx}}$ $2\text{sinx} \cdot \text{cosx} = 1 \Leftrightarrow \text{sin2x} = 1, \text{x} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, de unde $x = \frac{\pi}{4}$, care convine.	**2p** **3p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{(e^x-2)'(e^x+1)-(e^x+1)'(e^x-2)}{(e^x+1)^2} =$ $\frac{\text{e}^{2\text{x}} + e^x - e^{2x} + 2e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{3e^x}{(e^x+1)^2}, x \in \mathbb{R}.$	**3p** **2p**
b)	$\lim_{x\to\infty} \frac{e^x-2}{e^x+1} = 1$, rezultă că dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă orizontală spre ∞. $\lim_{x\to-\infty} \frac{e^x-2}{e^x+1} = -2$, rezultă că dreapta de ecuație $y = -2$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ Funcția nu admite asimptotă oblică. Funcția este continuă pe $\mathbb{R}$, deci nu admite asimptotă verticală.	**2p** **2p** **1p**
c)	f este funcție continuă și derivabilă pe mulțimea $\mathbb{R}$, $f'(x) > 0, (\forall)x \in \mathbb{R}$, deci strict crescătoare. $\text{f(x)} \in (-2, 1), f(x) \in \mathbb{Z} \Longrightarrow f(x) = -1$, de unde $x = -ln2$ sau $f(x) = 0$, cu soluția $x = ln2$	**2p** **3p**
2.a)	$\lim_{x\nearrow 0} f(x) = \lim_{x\nearrow 0} \frac{x^2}{x^2+1} = 0, \lim_{x\searrow 0} f(x) = \lim_{x\searrow 0} x \cdot e^{-x} = 0, f(0) = 0$, rezultă că funcția este continuă în $x = 0$. Cum f este continuă pe $(-\infty, 0)$ și pe $(0, \infty)$, obținem că f este continuă pe $\mathbb{R}$, deci admite primitive pe $\mathbb{R}$.	**3p** **2p**
b)	$\int_0^1 f(x) \cdot e^{2x}dx = \int_0^1 x \cdot e^{-x} \cdot e^{2x}dx = \int_0^1 x \cdot e^x dx =$ $x \cdot e^x \Big\|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big\|_0^1 = e - e + 1 = 1$	**2p** **3p**
c)	$\lim_{x\searrow 0} \frac{\int_x^{x^2+2x} f(t)dt}{x^2} = \lim_{x\searrow 0} \frac{F(x^2+2x)-F(x)}{x^2} = \lim_{x\searrow 0} \frac{f(x^2+2x)(2x+2)-f(x)}{2x} =$ $\lim_{x\searrow 0} \frac{(x^2+2x)(2x+2)e^{-x^2-2x} - xe^{-x}}{2x} = \frac{3}{2}$	**3p** **2p**

prof. Aurora Olivia Mironescu
Liceul Teoretic „Emil Racoviță", Galați