

Examenul național de bacalaureat
Matematică *M_șt-nat*

Simulare Decembrie
Profesor Robu Cristina-Maria
Liceul Teoretic „Dunărea” Galați

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. În progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$ termenul al treilea este $\frac{1}{2}$ iar termenul al cincilea este $\frac{1}{8}$. Să se calculeze suma primilor 6 termeni ai progresiei. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^2 - (m+2)x + m + 1, m \in \mathbf{R}$. Să se determine numărul întreg negativ m pentru care minimul funcției este -4 . |
| 5p | 3. Determinați x număr real astfel încât $7^{x+2} - 6 \cdot 7^{x+1} = 56 - 7^x$. |
| 5p | 4. Câte submulțimi ordonate cu 3 elemente se pot forma cu cifrele 1, 3, 5, 7, 9? |
| 5p | 5. Se dau punctele necoliniare A, B și C. Punctul M este mijlocul segmentului BC, iar S este un punct din plan astfel încât $\overrightarrow{AS} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AM}$. Descompuneți vectorul $\overrightarrow{AB}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{SM}$ și $\overrightarrow{AC}$. |
| 5p | 6. În triunghiul ABC, $A = \frac{\pi}{3}, AB = 6$ și $AC = 8$. Să se determine lungimea razei cercului circumscris triunghiului. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Se consideră matricea $A(m, x) = \begin{pmatrix} x & m-1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & m-1 & x \end{pmatrix}$ unde $x, m \in \mathbf{R}$. |
| 5p | a) Arătați că $\det(A(m, x)) \neq 0$, pentru orice numere reale m și x , unde $x \neq \pm 1$. |
| 5p | b) Determinați $x \in \mathbf{R}$ pentru care $A(5, x) \cdot A(5, x) = A(11, \frac{5}{4})$. |
| 5p | c) Calculați inversa matricei $A(2, 2)$. |
| 5p | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă |
| | $x * y = 8xy - 4x - 4y + \frac{5}{2}$ |
| 5p | a) Arătați că $x * y = 2(2x - 1)(2y - 1) + \frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”. |
| 5p | c) Rezolvați în $\mathbf{R}$ ecuația $x * x * x = \frac{17}{2}$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{x^2+3x+1}{e^x}$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{-x^2-x+2}{e^x}$, pentru orice $x \in \mathbf{R}$. |
| 5p | b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă -1 , situat pe graficul funcției. |
| 5p | c) Demonstrați că $\frac{x^2+3x+1}{5} \leq e^{x-1}$, pentru orice $x > -2$. |
| 5p | 2. Se consideră funcțiile $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{9x^2+10x+3}{2\sqrt{x+1}}, g: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = \sqrt{x+1} \cdot f(x)$ |
| | și $h: (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}, h(x) = \frac{2f(x)}{x(x+3)\sqrt{x+1}}$ |
| 5p | a) Determinați primitivele funcției g . |
| 5p | b) Aflați numerele reale a, b și c pentru care funcția $F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}, F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{x+1}$ este o primitivă a funcției f . |
| 5p | c) Determinați primitiva lui h care se anulează în 1. |