



Proiect de lecție

Școala Gimnazială "Miron Costin", Galați

Data: 13.05.2024

Clasa: a VII-a A

Profesor: Tudorița Ghintuială

Obiectul: Matematică - Geometrie

Unitatea de învățare: **ELEMENTE DE TRIGONOMETRIE ÎN TRIUNghiUL DREPTUNGHIc**

Tema lecției: Rezolvarea triunghiului dreptunghic

Tipul lecției: : Mixtă

Competențe generale

CG 1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite

CG 3. Utilizarea algoritmilor și conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete

CG 4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

CG 5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă

CG 6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

Competențe specifice

1.7. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată

3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic

4.7. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic

5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic

6.7. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic

Obiective operaționale:

La finalul lecției, elevii vor fi capabili:

A) Cognitive::

CC1 – să utilizeze noțiuni de trigonometrie în rezolvarea unor probleme

CC2 – Să enunțe și să aplice corect Teorema catetei, Teorema înălțimii, Teorema lui Pitagora și Reciproca Teoremei lui Pitagora

CC3 – să determine lungimi de segmente și măsuri de unghiuri utilizând funcțiile trigonometrice

B) Psihomotorii

CP1 – Să așeze corect în pagină ;

CP2 – Să scrie lizibil pe caiete și pe tablă;

CP3 – să deseneze corect figuri geometrice, utilizând creion și instrumente

C) Afective

CA1 – Să fie atenți;

CA2 – Să participe afectiv la lecție;

CA3 – Să-și dezvolte interesul pentru studiul matematicii;

Strategia didactica:

***Metode și procedee:** Conversația
Problematizarea
Explicația
Exemplificarea
Observația sistematică

***Resurse materiale:**

- Culegeri de probleme: - MATE 2000+21/22 , Editura Paralela 45
- Clubul Matematicienilor, Editura ART
- Instrumente geometrice; cretă, markere
- Fișe de lucru

***Forme de organizare:** Frontal, individual.

***Metode de evaluare:** analiza răspunsurilor date, observare sistematică

Material bibliografic:

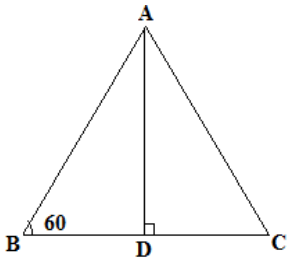


1. Dana Radu, Eugen Radu - *Matematică pentru clasa a VII-a*
Editura TEORA
2. Anton Negrilă, Maria Negrilă – *Aritmetică. Algebră. Geometrie*, Editura Paralela 45
3. Marius Perianu, Dumitru Savulescu – *Matematică pentru clasa a VII-a* ,
Editura ART

Etapale lecției	Obiective operaționale	Conținut și sarcini de învățare		Timp	Strategii didactice			Evaluare
		Activitatea profesorului	Activitatea elevului		Forme de organizare	Metode și procedee	Resurse	
1. Moment organizatoric		Profesorul: - asigură condițiile optime pentru desfășurare a lecției - notează absenții - verifică dacă există cretă și burete la tablă și dacă toți elevii au pe bancă cele necesare.	Elevii: - raportează absențele - pregătesc materialele necesare desfășurării activității	1'				
2. Verificarea temei		Se verifică tema frontal, iar în cazul în care nu s-au putut rezolva exercițiile acasă, se rezolvă la tablă.	- își verifică tema și corectează greșelile	3'	- frontală	-conversația	- caiete - culegere	
4. Captarea atenției		Profesorul cere elevilor să își amintească teoremele învățate anterior și să completeze fișa Anexa 1. Dar funcțiile trigonometrice?	Elevii răspund la solicitarea profesorului: Teorema înălțimii: $h^2 = pr_1 \cdot pr_2$ A doua teoremă a înălțimii: $h = \frac{\text{cateta1} \cdot \text{cateta 2}}{\text{ipotenuză}}$ Teorema catetei: $c_1^2 = ip \cdot pr_1$ Teorema lui Pitagora: $c_1^2 + c_2^2 = ip^2$ Sinus, cosinus, tangentă și cotangentă $\sin x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{ipotenuză}}$ $\cos x = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{ipotenuză}}$	4'	- frontală	-conversația -conversația -explicația	- caiete	

			$\operatorname{tg} x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{cateta alăturată}}$ $\operatorname{ctgx} = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{cateta opusă}}$					
5. Enunțarea obiectivelor	CC1	Profesorul anunță obiectivele propuse spre realizare în această lecție, și anume, ca elevii : – să utilizeze noțiuni de trigonometrie în rezolvarea unor probleme - Să folosească funcțiile trigonometrice și teoremele învățate pentru a rezolva triunghiul dreptunghic – să determine lungimi de segmente și măsuri de unghiuri într-un triunghi dreptunghic Profesorul scrie titlul lecției pe tablă: "Rezolvarea triunghiului dreptunghic"	- ascultă cu atenție	1'	- frontală	-conversația		
6. Predarea- invatarea noilor cunostinte	CC1 CC2 CC2	Prin rezolvarea triunghiului dreptunghic înțelegem să aflăm diferitele sale elemente(laturi , unghiuri) atunci când cunoaștem o parte dintre ele. Făcând o analogie cu criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice, deducem că vom avea nevoie de câte două elemente pentru a rezolva un triunghi dreptunghic. Există mai multe cazuri pentru a rezolva triunghiul dreptunghic și anume: 1. Când cunoaștem		25'	- frontală	- conversația - exercițiul -conversația	- caiete	- orală - progresivă

	CC3	catetele: • Cu teorema lui Pitagora aflăm ipotenuza; • Cu funcția trigonometrică tg aflăm unghiurile. 2. Când cunoaștem ipotenuza și o catetă: • Cu teorema lui Pitagora aflăm cealaltă catetă; • Cu funcția trigonometrică $\sin$ sau $\cos$ aflăm unghiurile.				- explicația		
	CC4	3. Când cunoaștem o catetă și un unghi ascuțit: • Cu funcția trigonometrică $\sin$ sau $\cos$ aflăm ipotenuza; • Cu funcția trigonometrică tg sau cu teorema lui Pitagora aflăm cealaltă catetă; • Celălalt unghi ascuțit îl aflăm din suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. 4. Când cunoaștem ipotenuza și un unghi ascuțit: • Cu funcția trigonometrică $\sin$ sau $\cos$ aflăm una dintre catete; • Cu funcția trigonometrică $\sin$ sau $\cos$ sau cu teorema lui Pitagora aflăm cealaltă catetă; • Celălalt unghi ascuțit îl			- frontală	-conversația - explicația		

		aflăm din suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. Obs: Rezolvarea triunghiului dreptunghic se poate folosi și în rezolvarea unui triunghi oarecare. Pentru aceasta construim înălțimi ale triunghiului care să ne asigure triunghiuri dreptunghice. Pentru fiecare caz, se rezolvă câte o problemă la tablă. Anexa 2 Ceilalți elevi lucrează în caietele de clasă și se corectează reciproc. Dacă e nevoie profesorul sau elevii pot interveni. Se impune supravegherea permanentă a elevilor pentru desfășurarea în condiții optime a lecției						
7. Fixarea cunoștințelor 	CC2 CC3 CC4 CC5	Se vor împărți elevilor fișele de lucru (Anexa 3) Pentru fixarea cunoștințelor se rezolvă exerciții din fișa de lucru și se încurajează elevii să lucreze înainte. 5, În triunghiul oarecare ABC se știe că $m(\angle B) = 60^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$, iar $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Calculați lungimile segmentelor AD, BD, respectiv AC și aria triunghiului ABC.	Elevii sunt atenți la explicațiile și indicațiile profesorului. Rezolvă individual cerințele din fișa de lucru. Ies pe rând la tablă. 5. 	13'	- frontală - individuală	- observația sistematică - conversația - explicația		

Aplicăm funcțiile sin și cos în triunghiul ABD cu $m(\angle D)=90^\circ$.

$$\sin B = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow \sin 60^\circ = \frac{AD}{6} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{6}, \text{ deci } AD = 3\sqrt{3} \text{ cm};$$

$$\cos B = \frac{BD}{AB} \Leftrightarrow \cos 60^\circ = \frac{BD}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{BD}{6}, \text{ deci } BD = 3 \text{ cm}.$$

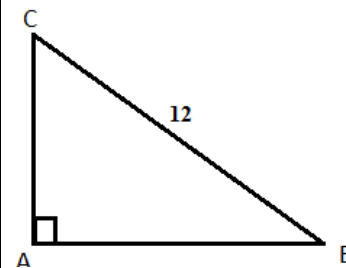
$$DC = BC - BD = 9 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}.$$

Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul ADC cu $m(\angle D)=90^\circ$.

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 = 63, \text{ deci } AC = 3\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$A_{ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

9.



Aplicăm funcția sin în triunghiul ABC.

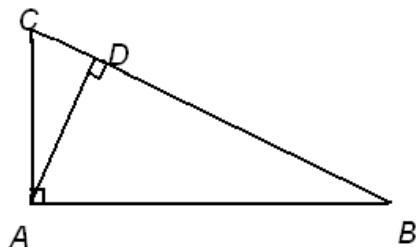
9. Știind că în triunghiul ABC, dreptunghic în A, $\sin B = \frac{2}{3}$ și că lungimea ipotenuzei este de 12 cm, calculați lungimea catetelor și tg C.

		$\sin B = \frac{AC}{BC}$ $\Rightarrow$ $\frac{2}{3} = \frac{AC}{12} \Rightarrow AC = \frac{2 \cdot 12}{3} \Rightarrow AC = 8 \text{ cm}$ $AC = 8 \text{ cm}$ Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul ABC. $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 12^2 - 8^2 = 144 - 64 = 80$ $\Rightarrow AB = 4\sqrt{5} \text{ cm}$ Aplicăm funcția tg. $\text{tg } C = \frac{AB}{AC} = \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$ „Dacă aș fi o teoremă, într-un triunghi dreptunghic sau o funcție trigonometrică, mi-ar plăcea să fiu teorema...sau funcția trigonometrică...deoarece”. Reflexia Se cere elevilor să completeze următoarea afirmație: „Dacă aș fi o teoremă, într-un triunghi dreptunghic sau o funcție trigonometrică, mi-ar plăcea să fiu teorema...sau funcția trigonometrică...deoarece”.					
8. Asigurarea transferului		Ca temă pentru acasă, elevii vor rezolva problemele rămase de pe fișele de lucru. Profesorul oferă indicații pentru rezolvarea temei	Elevii își notează sarcinile de rezolvat pentru acasă, citesc cerințele și cer lămuriri asupra problemelor neclare.	2'	- individuală	- conversația - explicația	- culegere

9. Aprecierea activității		Profesorul face aprecieri generale și individuale privind atât pregătirea elevilor pentru lecție, cât și implicarea în predarea noilor cunoștințe.	Elevii ascultă cu atenție.	1'	- frontală	- conversația		Aprecieri verbale

FIȘĂ DE RECAPITULARE A CUNOȘȚINȚELOR

STUDIATE ANTERIOR



1. Folosind notațiile din figură, completați enunțurile următoare :

a) Teorema lui Pitagora: $BC^2 = \dots\dots\dots$

b) Teorema înălțimii: $AD^2 = \dots\dots\dots$

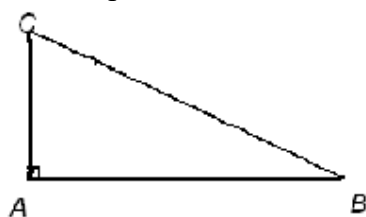
$AD = \dots\dots\dots$

c) Teorema catetei: $AB^2 = \dots\dots\dots$

$AC^2 = \dots\dots\dots$



2. Completați tabelul:



	sin	cos	tg	ctg
Unghiul B				
Unghiul C				

3. Completați următorul tabel cu valorile corespunzătoare:

	30°	60°	45°
sin			
cos			
tg			
ctg			

Rezolvarea triunghiului dreptunghic

Teorema înălțimii: $h^2 = pr_1 \cdot pr_2$

A doua teoremă a înălțimii: $h = \frac{\text{cateta1} \cdot \text{cateta 2}}{\text{ipotenuză}}$

Teorema catetei: $c_1^2 = ip \cdot pr_1$

Teorema lui Pitagora: $c_1^2 + c_2^2 = ip^2$

Proprietatea unghiului de 30° : lungimea catetei care se opune unghiului de $30^\circ = \text{lungime ipotenuză} / 2$

Formule trigonometrice

$\sin x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{ipotenuză}}$
$\cos x = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{ipotenuză}}$
$\text{tg } x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{cateta alăturată}}$
$\text{ctg } x = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{cateta opusă}}$

Valori trigonometrice

x	30°	45°	60°
sin x	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg x	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctg x	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

FIȘĂ DE LUCRU

**1. Când cunoaștem catetele:**

- Cu teorema lui Pitagora aflăm ipotenuza;
- Cu funcția trigonometrică tg aflăm unghiurile.

Exemplu: Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, în care $AB=12$ cm și $AC=12\sqrt{3}$ cm. Calculați lungimea ipotenuzei și măsurile unghiurilor ascuțite.

2. Când cunoaștem ipotenuza și o catetă:

- Cu teorema lui Pitagora aflăm cealaltă catetă;
- Cu funcția trigonometrică sin sau cos aflăm unghiurile.

Exemplu: Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, în care $AB=3$ cm și $BC=\sqrt{18}$ cm. Calculați lungimea catetei AC și măsurile unghiurilor ascuțite.

3. Când cunoaștem o catetă și un unghi ascuțit:

- Cu funcția trigonometrică sin sau cos aflăm ipotenuza;
- Cu funcția trigonometrică tg sau cu teorema lui Pitagora aflăm cealaltă catetă;
- Celălalt unghi ascuțit îl aflăm din suma măsurilor unghiurilor unui triunghi.

Exemplu: Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, în care $AC=3$ cm și $m(\sphericalangle B)=60^\circ$. Calculați lungimea catetei AB , a ipotenuzei BC și măsura unghiului C .

4. Când cunoaștem ipotenuza și un unghi ascuțit:

- Cu funcția trigonometrică sin sau cos aflăm una dintre catete;
- Cu funcția trigonometrică tg sau cu teorema lui Pitagora aflăm cealaltă catetă;
- Celălalt unghi ascuțit îl aflăm din suma măsurilor unghiurilor unui triunghi.

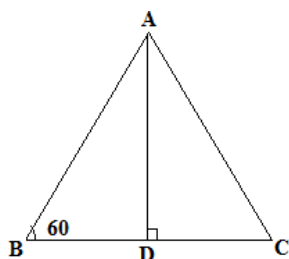
Exemplu: Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, în care $BC=14$ cm și $m(\sphericalangle B)=45^\circ$. Calculați lungimile catetelor și măsura unghiului C .

Anexa 3



FIȘĂ DE PROBLEME

- Într-un triunghi ABC cu $m(\angle A)=90^\circ$, AD înălțime, se cunosc $BC=2\sqrt{3}\text{cm}$ și $m(\angle B)=30^\circ$. Să se afle $m(\angle C)$, AC, AB și BD.
- Într-un triunghi ABC cu $m(\angle A)=90^\circ$, AD înălțime, se cunosc $AB=6\sqrt{3}\text{cm}$, $AC=18\text{cm}$. Să se afle $m(\angle C)$, $m(\angle B)$ și lungimile laturilor BC și AD.
- Într-un triunghi ABC cu $m(\angle A)=90^\circ$, AD înălțime, se cunosc $BC=\sqrt{18}\text{cm}$, $AC=3\text{cm}$. Să se afle lungimea laturii AB, $m(\angle C)$, $m(\angle B)$ și AD.
- Rezolvați triunghiul dreptunghic ABC știind că $m(\angle A) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $m(\angle B) = 60^\circ$ și $BD = 6\text{ cm}$.
- În triunghiul oarecare ABC se știe că $m(\angle B)=60^\circ$, $AB=6\text{cm}$, $BC=9\text{cm}$, iar $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Calculați lungimile segmentelor AD, BD, respectiv AC și aria triunghiului ABC.



- Rezolvați triunghiul dreptunghic ABC știind că $m(\angle A) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $m(\angle B) = 45^\circ$ și $AB = 10\text{ cm}$.
- Rezolvați triunghiul dreptunghic ABC știind că $m(\angle A) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $AC = 5\sqrt{3}\text{cm}$ și $AB = 5\text{ cm}$.
- Fie un triunghi ABC cu $m(\angle C)=90^\circ$. Rezolvați triunghiul pe baza datelor din tabelul de mai jos:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
AB			14	6		$2\sqrt{2}$		$\sqrt{18}$
BC		3				$\sqrt{6}$	$6\sqrt{3}$	
AC	$2\sqrt{3}$				5		18	3
$m(\angle A)$	30°	60°		45°				
$m(\angle B)=$			60°		45°			

- Știind că în triunghiul ABC, dreptunghic în A, $\sin B = \frac{2}{3}$ și că lungimea ipotenuzei este de 12 cm, calculați lungimea catetelor și $\tan C$.
- În triunghiul ascuțitunghic ABC, înălțimea [AD] are lungimea de 60 cm, iar $\sin C=0,8$ și $\cos B = \frac{5}{13}$. Să se determine perimetrul triunghiului și lungimea înălțimii [BE], $E \in (AC)$.

*** Completați următoarea afirmație:

„Dacă aș fi o teoremă, într-un triunghi dreptunghic sau o funcție trigonometrică, mi-ar plăcea să fiu teorema..... sau funcția trigonometrică..... deoarece”

