

Examenul național de bacalaureat
Matematică M_șt-nat
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Simulare Decembrie
Profesor Robu Cristina-Maria
Liceul Teoretic „Dunărea” Galați

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$b_3 = b_1 q^2, b_5 = b_1 q^4$; se obține $q^2 = \frac{1}{4}$, deci $q = \pm \frac{1}{2}$ Pentru $q = \frac{1}{2}, b_1 = 2, S_6 = \frac{63}{16}$ Pentru $q = -\frac{1}{2}, b_1 = 2, S_6 = \frac{21}{16}$	2p 2p 1p
2.	Minimul funcției este $-\frac{\Delta}{4a} = -4$, de unde $\Delta = 16a$ Se obține ecuația $m^2 + 4m + 4 - 4m - 4 = 16 \rightarrow m^2 = 16$ Soluția acceptată este $m = -4$	2p 2p 1p
3.	Ecuația se mai scrie $7^{x+2} - 6 \cdot 7^{x+1} + 7^x = 56$ de unde $7^x \cdot (49 - 42 + 1) = 56$ cu soluția $x = 1$	2p 2p 1p
4.	Numărul submulțimilor ordonate cu 3 elemente este A_3^3 , cu $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$ $A_3^3 = \frac{5!}{2!} = 60$, deci se pot forma 60 de submulțimi ordonate cu 3 elemente.	2p 3p
5.	$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \quad \overrightarrow{SM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AM}$ $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{8}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \rightarrow 8\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AB} = 8\overrightarrow{SM} - \overrightarrow{AC}$	2p 2p 1p
6.	$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$. Se obține $BC = 2\sqrt{13}$ $\frac{BC}{\sin A} = 2R$, de unde $R = \frac{2\sqrt{39}}{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A(m, x)) = x^2 - 1$ Cum $x \neq \pm 1$, rezultă că $\det(A(m, x)) \neq 0, \forall m \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$	3p 2p
b)	$A(5, x) \cdot A(5, x) = \begin{pmatrix} x^2 + 1 & 4x + 8 & 2x \\ 0 & 1 & 0 \\ 2x & 4x + 8 & x^2 + 1 \end{pmatrix}; A\left(11, \frac{5}{4}\right) = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & 10 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 10 & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$ Egalând cele două matrice se obțin ecuațiile $x^2 + 1 = \frac{5}{4}; 4x + 8 = 10; 2x = 1$, cu soluția comună $x = \frac{1}{2}$	3p 2p
c)	$\det A(2, 2) = 3 \neq 0$, de unde rezultă că matricea este inversabilă Matricea adjuncă este $A^*(2, 2) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ Se obține $A^{-1}(2, 2) = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	1p 3p 1p
2.a)	Legea de compoziție se mai scrie $x * y = 4x(2y - 1) - 2(2y - 1) + \frac{5}{2} - 2 =$	3p

	$= 2(2x - 1)(2y - 1) + \frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x și y	2p
b)	Arătăm că există un număr real e pentru care $x * e = e * x = x$, pentru orice număr real x Se obține $e = \frac{5}{8}$	2p 3p
c)	$x * x = 2(2x - 1)^2 + \frac{1}{2}$ $x * x * x = 8(2x - 1)^3 + \frac{1}{2}$ Ecuația $x * x * x = \frac{17}{2}$ are soluția reală $x = 1$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	Derivând funcția, avem $f'(x) = \frac{(x^2+3x+1)'e^x - (x^2+3x+1)(e^x)'}{e^{2x}} =$ $= \frac{(2x+3)e^x - (x^2+3x+1)e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x(2x+3-x^2-3x-1)}{e^{2x}} = \frac{-x^2-x+2}{e^x}$, pentru orice x număr real.	2p 3p
b)	Avem $f(-1) = -e$ $f'(-1) = 2e$ Ecuația tangentei este $y - f(-1) = f'(-1) \cdot (x + 1)$, deci $2ex - y + e = 0$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \rightarrow x = 1 \in (-2, +\infty)$. Dacă $x \in (-2, 1)$, f este strict crescătoare, dacă $x \in (1, +\infty)$, f este strict descrescătoare Rezultă că $x = 1$ este punct de maxim, de unde $f(x) \leq f(1), \forall x > -2$, adică $\frac{x^2+3x+1}{e^x} \leq \frac{5}{e} \rightarrow \frac{x^2+3x+1}{5} \leq e^{x-1}, \forall x > -2$	2p 2p 1p
2.a)	$g(x) = \sqrt{x+1} \cdot \frac{9x^2+10x+3}{2\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2}(9x^2 + 10x + 3)$ $\int g(x)dx = \int \frac{1}{2}(9x^2 + 10x + 3)dx = \frac{9}{2} \int x^2 dx + 5 \int x dx + \frac{3}{2} \int dx$ $= \frac{3}{2}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + C = \frac{1}{2}(3x^3 + 5x^2 + 3) + C$	1p 2p 2p
b)	Dacă F este o primitivă a funcției f , atunci $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$ $F'(x) = \frac{5ax^2+(4a+3b)x+2b+3c}{2\sqrt{x+1}}, x \in (-1, +\infty)$ Din $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$ avem relațiile $5a = 9, 4a + 3b = 10, 2b + c = 3$ Valorile căutate sunt $a = \frac{9}{5}, b = \frac{14}{15}$ și $c = \frac{17}{15}$	3p 2p
c)	$h(x) = \frac{9x^2+10x+3}{x(x+1)(x+3)}, x \in (-1, +\infty)$ Mulțimea primitivelor funcției h este $\int h(x)dx = \int \left(\frac{9}{x+3} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \ln \frac{x(x+3)^9}{(x+1)} + C = H(x)$ Din $H(1) = 0$ se obține $C = -17\ln 2$, deci primitiva căutată este $H(x) = \ln \frac{x(x+3)^9}{(x+1)} - 17\ln 2 =$ $\ln \frac{x(x+3)^9}{(x+1)2^{17}}$	3p 2p