

ASTRONOMIE

CULEGERE DE PROBLEME

Lucia Popa

Cuprins:

Teste – grilă.....	3
I. Coordonate cerești. Orientarea cu ajutorul astrilor.....	6
II. Mișcarea aparentă a Soarelui. Coordonate ecliptice.....	9
III. Mișcarea aparentă a Lunii. Faze. Eclipse.....	14
IV. Distanțe unghiulare, dimensiuni și paralaxe.....	17
V. Timpul în astronomie.....	21
VI. Legea atracției universale. Legile lui Kepler	25
VII. Mișcări în câmp gravitațional.	30
VIII. Stele duble și multiple	39
IX. Luminozitate, strălucire, magnitudine	42
X. Sisteme stelare. Tranzit. Albedo.....	49
XI. Instrumente astronomice	57
XII. Aplicații ale analizei spectrale.....	62
XIII. Probleme de trigonometrie sferică. Mișcări proprii ale stelelor.....	69
XIV. Evoluție stelară.....	76
Răspunsuri.....	81
Bibliografie.....	91

Teste - grilă de cultură generală astronomică

Testul I

- 1) **Sfera cerească are o rază :** a) de 5 miliarde km; b) de 13,7 miliarde ani-lumină; c) arbitrar aleasă.
- 2) **Nadirul este:** a) un punct de pe ecuatorul ceresc; b) punctul diametral opus zenitului; c) un punct de pe orizontul matematic.
- 3) **Pentru un observator aflat la ecuator:** a) toate stelele sunt circumpolare; b) nu există stele circumpolare; c) există stele circumpolare și stele cu răsărit și apus.
- 4) **Numărul total de constelații de pe bolta cerească este :** a) 44; b) 88; c) 100.
- 5) **Ecliptica este:** a) traiectoria unei planete; b) traiectoria anuală aparentă a Soarelui; c) traiectoria unui asteroid.
- 6) **Constelațiile traversate de Soare în mișcarea sa aparentă anuală sunt în număr de:** a) 12 constelații; b) 24 constelații; c) 13 constelații.
- 7) **Cine a folosit pentru prima dată luneta pentru observații astronomice?** a) Johannes Kepler; b) Isaac Newton; c) Galileo Galilei.
- 8) **În ce constelație se găsește Steaua Polară?** a) Ursa Mare; b) Ursa Mică; c) Dragonul.
- 9) **Care este cea mai strălucitoare stea din constelația Orion?** a) Betelgeuse; b) Bellatrix; c) Rigel.
- 10) **Ce este o supernovă?** a) explozia unei nave; b) proiect fantezist de navă cosmică capabilă să dezvolte viteze apropiate de viteza luminii; c) explozia unei stele masive.
- 11) **Cea mai strălucitoare stea de pe cerul nordic, Sirius, se găsește în constelația:** a) Orion; b) Câinele Mare; c) Câinele Mic.
- 12) **În ce perioadă a anului se poate vedea din zona noastră constelația Ursa Major?** a) primăvara-vara; b) permanent, când cerul este senin; c) toamna, la strânsul recoltelor.
- 13) **Știind că atracția gravitațională a Lunii este de 6 ori mai mică decât cea terestră, care credeți că va fi masa unui om de 60 kg pe Lună?** a) 6 kg; b) 60 kg; c) 60 N.
- 14) **Care este steaua cea mai apropiată de Soare?** a) Barnard; b) Sirius; c) Proxima Centauri.
- 15) **“Triunghiul de vară” este un grup de stele format din:** a) Sirius, Vega, Deneb; b) Vega, Deneb, Altair; c) Vega, Deneb, Capella.
- 16) **“Triunghiul de iarnă” este un grup de stele format din:** a) Betelgeuse, Capella, Sirius; b) Betelgeuse, Sirius, Vega; c) Betelgeuse, Sirius, Procyon.
- 17) **În ce constelație se află Soarele în noaptea cea mai lungă a emisferei nordice a Pământului?** a) Săgetător; b) Capricorn; c) Scorpion.
- 18) **Din ce zonă a globului se pot observa toate constelațiile cerești?** a) Polul Nord sau Polul Sud; b) De la tropice; c) Ecuator.
- 19) **Sursa de energie care determină luminozitatea Soarelui este:** a) colapsul gravitațional; b) Reacția de fisiune; c) Reacția de fuziune;
- 20) **Azimutul astronomic corespunzător punctului cardinal Sud este:** a) 0° ; b) 180° ; c) 270° .

Testul II

- 1) **Un parsec este un etalon pentru distanțele astronomice echivalent cu:** a) 10 ani lumină; b) 3,26 UA; c) 3,26 ani lumină.
- 2) **În ce constelație se află roiul stelar deschis “Cloșca cu pui”?** a) Racul; b) Lyra; c) Taurul.
- 3) **Ce semnificație are denumirea Algol?** a) o stea din constelația Perseu; b) o stea din Ursa Mare; c) un limbaj de programare.
- 4) **Ce constelație se află pe ecliptică și nu este în zodiac :** a) Aquila; b) Ophiucus; c) Cetus.
- 5) **Perseidele sunt:** a) un roi de stele deschis; b) un curent meteoric; c) o “ploaie” de stele .
- 6) **Când o planetă, văzută de pe Pământ, ajunge în direcția Soarelui, această configurație se numește:** a) opoziție; b) tranzit; c) conjuncție.
- 7) **La Ecuator ziua este:** a) întotdeauna egală cu noaptea; b) egală cu noaptea numai la echinocții; c) mai scurtă decât noaptea numai la solstiții.

- 8) Stelele Alcor și Mizar din constelația Ursa Mare reprezintă:** a) o stea dublă optic; b) un sistem binar; c) un sistem planetar.
- 9) Ce sunt aquaridele?** a) Nume generic dat peștilor de acvariu; b) Un curent meteoric; c) Stelele din constelația Aquarius.
- 10) Lunetele sunt instrumente care au ca obiectiv:** a) oglindă reflectoare; b) lentilă refractoare; c) lunetă de vizare.
- 11) Lumina zodiacală reprezintă:** a) dispozitiv de determinare precisă a perioadei de staționare a Soarelui în fiecare constelație zodiacală; b) reflectarea luminii solare de către materia interplanetară, vizibilă pe timpul nopții și în timpul eclipselor totale de Soare; c) lumina emisă de constelațiile zodiacale.
- 12) Ce este fenomenul de scintilație?** a) fenomenul de „sclipire” rapidă a unei stele datorită refracției la trecerea luminii sale prin straturile atmosferice; b) fenomenul de fragmentare a nucleului unei stele; c) nu are legătură cu astronomia.
- 13) Polul Nord Galactic se află în:** a) Dragonul; b) Cosița Berenicei; c) Ophiucus.
- 14) Ce se înțelege prin ocultație?** a) Fenomen astronomic ce se petrece atunci când un corp ceresc este acoperit total de către alt corp ceresc; b) Știință care se ocupă cu lucrurile ascunse; c) o caracteristică a instrumentelor astronomice.
- 15) Afeliul reprezintă:** a) semiaxa mare a unei planete; b) poziția cea mai apropiată față de Soare a planetei; c) poziția cea mai îndepărtată față de Soare a planetei.
- 16) Unitatea de măsură utilizată pentru distanțe în sistemul solar, este 1 UA . Ea reprezintă:** a) semiaxa mare a orbitei terestre; b) semiaxa mică a orbitei terestre; c) distanța medie Pământ-Soare.
- 17) O stea “căzătoare” este:** a) o stea apropiată; b) un meteorit; c) un meteor.
- 18) Galaxia noastră face parte din categoria galaxiilor:** a) pitice; b) ecliptice; c) spirale.
- 19) Centrul galaxiei noastre se găsește în dreptul constelației:** a) Lebăda; b) Săgetător; c) Scorpion.
- 20) Termenul “tranzit” reprezintă:** a) trecerea unei planete prin dreptul unei stele; b) acoperirea discului unei planete de discul lunar; c) trecerea unei comete prin dreptul unei stele.

Testul III

- 1) Care este cel mai mare satelit planetar din sistemul solar?** a) Luna; b) Ganymede; c) Titan.
- 2) Care dintre planetele sistemului solar este denumită “lucefărul de seară”?** a) Mercur; b) Venus; c) Marte.
- 3) Planeta cea mai apropiată de Pământ este:** a) Venus; b) Marte; c) Mercur.
- 4) Care dintre sateliții lui Jupiter are un ocean de apă lichidă, sub stratul de gheață de la suprafață?** a) Ganymede ; b) Io ; c) Europa.
- 5) Sistemul heliocentric presupune că Soarele se află în centrul sistemului solar, iar planetele se rotesc pe diverse orbite, în jurul acestuia. El a fost introdus de :** a) Johannes Kepler; b) Nicolaus Copernic; c) Galileo Galilei.
- 6) Planetele care nu au sateliți sunt:** a) Saturn, Uranus; b) Marte, Neptun; c) Mercur, Venus.
- 7) Phobos și Deimos sunt sateliții planetei :** a) Mercur; b) Neptun; c) Marte.
- 8) Ce este un asteroid?** a) o planetă pitică din rocă; b) un bulgăre de gheață astral ; c) o rocă spațială cu dimensiuni de la câteva sute de metri, la câteva sute de km.
- 9) Datorită atmosferei sale foarte dense și opace i se mai spune și "planeta cu vâl". Aceasta este:** a) Venus. ; b) Marte ; c) Jupiter.
- 10) Cine a fost Neil Armstrong?** a) un mare fizician ; b) primul om care a pus piciorul pe Lună; c) celebru trompetist și cântăreț de jazz american.
- 11) Ce sunt leonidele?** a) stelele din constelația Leul; b) un grup de asteroizi observabili în direcția constelației Leul; c) un curent meteoric.
- 12) Cum numesc astronomii urma luminoasă lăsată de un corp material la trecerea prin atmosfera terestră?** a) meteorit. b) meteor. c) meteoroid.
- 13) Pe care dintre planetele sistemului solar se găsește formațiunea numită Pata Roșie?** a) Jupiter. b) Saturn. c) Uranus.
- 14) Planeta Jupiter este o planetă:** a) telurică; b) interioară; c) exterioară.

- 15) Unde se află planeta pitică Eris?** a) în centura de asteroizi; b) în centura lui Kuiper; c) în norul lui Oort.
- 16) Culoarea roșie a planetei Marte se datorează:** a) Dioxidului de carbon din atmosferă; b) Oxidului de fier prezent la suprafață și în atmosferă; c) Lipsei unui câmp magnetic uniform.
- 17) Între cometele periodice, a căror întoarcere a fost observată, perioada cea mai scurtă (3,28 ani) o are cometa:** a) Swift Tuttle.; b) Encke.; c) Halley.
- 18) Majoritatea cometelor din sistemul solar provin din:** a) Norul lui Oort; b) Centura de asteroizi; c) Diviziunea Cassini.
- 19) Care este numele primului astronom care a demonstrat expansiunea Universului?** a) Neil Armstrong; b) Iuri Gagarin. c) Edwin Hubble.
- 20) Ce se vede de pe Pământ când pe Lună are loc o eclipsă totală de Soare?** a) O eclipsă de Pământ; b) O eclipsă de Lună; c) O eclipsă de Soare.

Testul IV

- 1) Când avem, în România, noaptea cea mai lungă?** a) la echinocțiul de vară; b) la echinocțiul de iarnă; c) la solstițiul de iarnă.
- 2) Când suntem mai aproape de Soare?** a) vara. ; b) iarna. ; c) la echinocții.
- 3) Principalii sateliți ai planetei Jupiter (Io, Europa, Ganymede și Callisto) au fost descoperiți de:** a) Ptolemeu; b) Giovanni Cassini; c) Galileo Galilei.
- 4) Centura principală de asteroizi se află :** a) la limita sistemului solar, în apropierea norului lui Oort; b) între planetele Marte și Jupiter ; c) între planeta Pământ și Soare.
- 5) Ce este vântul solar?** a) flux constant de particule ce "curg" din coroana solară; b) furtună magnetică care înclină axa Pământului cu un unghi de 23,4 grade față de ecliptică; c) eiecție de materie solară în zona ecuatorială a Soarelui, datorită mișcării de rotație.
- 6) Ce credeți că este apexul solar?** a) locul pe care îl ocupă sistemul solar în galaxie; b) centrul Soarelui unde se presupune că au loc reacțiile termonucleare; c) punctul către care se deplasează sistemul solar.
- 7) Ce planetă a fost studiată de sonda spațială Cassini?** a) Saturn; b) Jupiter; c) Neptun.
- 8) Ce reprezintă numele Pallas?** a) o zeiță din mitologia greacă; b) un asteroid; c) o planetă pitică.
- 9) În ce an a avut loc cea mai recentă apropiere de Soare a cometei Halley?** a) 1986; b) 1990; c) 1996.
- 10) Anotimpurile pe un corp planetar, inclusiv pe Pământ, sunt provocate de:** a) înclinarea axei de rotație a corpului față de planul orbitei sale; b) sateliții naturali ai corpului ceresc (Luna în cazul Pământului); c) ciclul activității solare.
- 11) Cărei planete aparține satelitul Titan?** a) Jupiter; b) Uranus; c) Saturn.
- 12) Cum se numește stratul de la baza atmosferei Soarelui?** a) coroană; b) cromosferă; c) fotosferă.
- 13) Cine a descoperit planeta Uranus?** a) John Herschel. b) William Herschel. c) Urbain Le Verrier.
- 14) Care din asocierile de mai jos sunt adevărate?** a) Marte-Pata roșie. b) Venus-Vulcanul Olympus. c) Saturn-Diviziunea Cassini.
- 15) Soarele este o stea medie cu diametru de:** a) 1.390.000 km. b) 149.600.000 km. c) este o stea variabilă pentru care nu putem stabili un diametru fix.
- 16) Care este viteza aproximativă cu care se deplasează Pământul pe orbita sa în jurul Soarelui?** a) 3000 km/h; b) 30 km/s; c) 300.000 km/s.
- 17) Temperatura Soarelui la suprafață este:** a) 6000 °C. b) 15.400.000 °C. c) 3.600 °C.
- 18) Mareele terestre sunt provocate de:** a) Marte; b) Lună; c) Lună și Soare.
- 19) Ce sunt petele solare?** a) zone de pe suprafața solară unde se presupune că au loc imense furtuni atmosferice; b) cratere solare datorate impactului Soarelui cu asteroizi de dimensiuni mari; c) zone de pe suprafața Soarelui mai reci în comparație cu regiunile din jurul lor .
- 20) Care din afirmațiile de mai jos este adevărată?** a) densitatea lui Saturn este mai mare decât cea a Pământului; b) Luna și Venus sunt singurele corpuri cerești care prezintă faze; c) ambele afirmații de mai sus sunt false.

I. Coordonate cerești. Orientarea cu ajutorul astrilor

Repere pe cer. Stabiliți coordonatele ecuatoriale ale următoarelor puncte fundamentale de pe sfera cerească și constelațiile în care se află acestea.

Punct pe sfera cerească	Declinația	Ascensia dreaptă	Constelația
Polul Nord ceresc			
Polul Sud ceresc			
Polul Nord ecliptic			
Polul Sud ecliptic			
Polul Nord galactic			
Polul Sud galactic			
Punctul vernal			
Punctul autumnal			
Punctul solstițiului de iarnă			
Punctul solstițiului de vară			
Centrul Căii Lactee			

1. La ce înălțime maximă față de orizont ajunge Sirius pentru un observator din Galați?
($\delta_{\text{Sirius}} = -16^{\circ} 42'$) Să se afle latitudinea locului de observație pentru care Sirius ajunge la zenit.
2. Care este declinația unei stele care trece prin zenit în timpul mișcării aparente diurne a bolții cerești, într-un loc aflat la latitudinea de 45° ? Calculați înălțimea minimă a stelei față de orizont.
3. Ce condiție îndeplinesc stelele care sunt circumpolare pentru un observator aflat în București, la latitudinea $\varphi = 44^{\circ} 25'$? Ce declinație minimă au stelele circumpolare văzute din Suceava, $\varphi_S = 47^{\circ} 30'$?
4. Steaua Mirfak (α Per) are declinația $\delta = +49^{\circ} 51'$ și ascensia dreaptă $\alpha = 3\text{h } 24\text{min}$. Să se determine înălțimea maximă și minimă față de orizont a stelei pentru un observator aflat la latitudinea $\varphi = 50^{\circ}$. Să se afle momentul sideral al observației atunci când steaua Mirfak ajunge la un unghi orar $H = 90^{\circ}$.
5. Se măsoară distanța zenitală a stelei Polaris din mai multe locuri de observație și se găsesc următoarele valori: $z_1 = 42^{\circ}$; $z_2 = 0^{\circ}$; $z_3 = 90^{\circ}$; $z_4 = 20^{\circ}$. Să se determine latitudinea fiecărui loc de observație.
6. Care este regiunea de pe suprafața Pământului pentru care stelele care ajung la Zenit răsar și apun?
Care este regiunea pentru care stelele care au culminația superioară la o înălțime $h > 0^{\circ}$ sunt circumpolare?
7. Care este distanța zenitală meridiană a stelei Vega (la culminație superioară), la latitudinea de 45° ? Determinați momentul sideral în care Vega ajunge la culminație inferioară. ($RA = 18\text{h } 36\text{min } 56\text{s}$; $DEC = 38^{\circ} 47' 01''$)
8. Steaua Kochab (β UMi) este observată la culminație superioară la înălțimea $h_1 = 55^{\circ} 48' 6''$ și la culminația inferioară, la înălțimea $h_2 = 24^{\circ} 58' 56''$. Să se determine latitudinea locului de observație și declinația stelei Kochab.
9. În decursul unei nopți, o stea a traversat meridianul ceresc de două ori: la culminația inferioară, la înălțimea de $14^{\circ} 14'$ și la culminația superioară la înălțimea de 80° la sud de zenit. Să se determine latitudinea geografică a locului de observare φ , declinația stelei δ și anotimpul în care au fost efectuate observațiile.

10. Se observă steaua Dubhe (α UMa) din 2 locuri diferite. Din primul loc de observație se determină înălțimea maximă și cea minimă a stelei față de orizont : $h_1 = 78^\circ 15'$ și $h_2 = 21^\circ 45'$. Din cel de-al doilea loc, înălțimile extreme ale stelei sunt: $H_1 = 81^\circ 45'$ și $H_2 = 41^\circ 45'$. Să se determine declinația stelei Dubhe și latitudinile celor două locuri de observație.
11. Steaua Arcturus (α Boo) are declinația $\delta = +19^\circ$. La ce înălțime maximă față de orizont ajunge Arcturus pentru un observator aflat la latitudinea $\varphi = 45^\circ$? Cât este înălțimea minimă față de același observator? De la ce latitudine se poate observa steaua Arcturus ca stea circumpolară?
12. Un observator aflat la Tropicul Racului urmărește două stele cu declinațiile $\delta_1 = +45^\circ$ și $\delta_2 = -45^\circ$
a) Calculați înălțimile maxime și minime față de orizont pentru acel observator.
b) Cât este distanța zenitală meridiană minimă a celor două stele pentru un observator de la latitudinea de 45° ?
13. În timpul mișcării aparente diurne a sferei cerești, o stea atinge înălțimea maximă $h_M = +60^\circ$ și înălțimea minimă $h_m = -10^\circ$. Calculați declinația stelei și latitudinea locului de observație. De la ce latitudine minimă steaua se vede ca circumpolară?
14. O stea atinge înălțimea maximă față de orizont $h_1 = +50^\circ$ la sud de zenit și înălțimea minimă, $h_2 = +15^\circ$ la culminația inferioară, în timpul mișcării sale aparente diurne. Să se afle distanța polară a stelei și latitudinea locului de observație. De la ce latitudine minimă steaua se vede ca circumpolară?
15. Să se afle distanța zenitală meridiană la culminație superioară a stelei Alcaid (η UMa) pentru un observator aflat la Cercul Polar de Nord. Declinația stelei este $\delta = +49^\circ$. La ce înălțime minimă ajunge Alcaid pentru acel observator?
16. Cunoscând latitudinea geografică a unei localități ca fiind $43^\circ 53'$, să se afle declinația stelei la care s-a determinat distanța zenitală meridiană $18^\circ 53'$. (ONAA 2012)
17. Steaua Rigel (β Ori) are declinația $\delta = -8^\circ$ și ajunge la înălțimea maximă față de orizont de $+32^\circ$. Să se afle latitudinea locului de observație și înălțimea minimă față de orizont.
18. Din ce zonă a Pământului (de la ce latitudine) se poate observa steaua Proxima Centauri, dacă declinația sa este $\delta = -61^\circ$? Din ce zonă a Pământului nu se mai poate observa steaua Sirius, $\delta_{\text{Sirius}} = -17^\circ$?
19. La un moment dat, distanța zenitală aparentă a stelei Spica este de $z' = 69^\circ 45'$. Știind că refracția astronomică este dată de formula $R = 58,2'' \times \text{tg } z'$, să se afle distanța zenitală adevărată, corespunzătoare momentului dat.
20. Ce declinație minimă au stelele circumpolare pentru un observator de pe paralela 45° ? Dar dacă este la altitudinea de 2000 m? Se determină în două cazuri: a) neglijând refracția astronomică; b) considerând corecția de refracție la orizont, $R = 34'$. Raza medie a Pământului este $R_p = 6371$ km.
21. Să se calculeze distanțele zenitale meridiene la care ajunge steaua Sirius ($\delta = -16^\circ 42'$) pentru un observator aflat la: a) Tropicul Racului, b) Tropicul Capricornului, c) Cercul Polar de Nord.
22. Să se determine declinația și ascensia dreaptă a unei stele care ajunge la zenit în ziua echinocțiului de toamnă, la miezul nopții. Observatorul se află în Galați, $\varphi = 45^\circ$.

23. La ce latitudini sunt posibile următoarele situații ?

- a) Castor (α Gem, declinație $\delta = +31^{\circ} 53'$) este circumpolară;
- b) Betelgeuze (α Ori, $\delta = +7^{\circ} 24'$) culminează la zenit;
- c) α Cen ($\delta = -60^{\circ} 50'$) urcă la înălțimea maximă de 30° .

24. Latitudinea unui Observator din România este de 45° . Care este distanța pe care trebuie să o parcurgă un călător spre EST, plecând de la Observator, pentru a ajunge în punctul în care ceasul călătorului este tot timpul în urmă cu o oră față de ora locală? Raza Pământului este $R_p = 6371$ km. (ONAA 2010)

25. Într-un anumit loc de pe Pământ, Deneb (α Cyg) culminează inferior la înălțimea de $2^{\circ} 58' 56''$ și superior la înălțimea de $87^{\circ} 39' 4''$. Calculați declinația stelei Deneb și latitudinea locului de observație. (ONAA 2010)

26. Un satelit se rotește în jurul Pământului pe o orbită circulară situată în planul ecuatorial al acestuia. Un observator din Teheran aflat la latitudinea $\varphi = 35,6^{\circ}$, observă că satelitul are unghiul zenital $z = 46^{\circ}$ atunci când traversează meridianul locului. Calculează distanța de la satelit la centrul Pământului (în raze pământești). (OIAA 2009)

27. Te afli în Galați ($\varphi = 45^{\circ}$) și observi Soarele, la amiază, la o înălțime $h = 68,5^{\circ}$ față de orizont. Determină latitudinea locului de pe Pământ din care Soarele se vede în același moment exact deasupra capului.

28. Te afli pe o planetă necunoscută și observi că Soarele, la amiază, ajunge la înălțimea maximă față de orizont de 80° . În același moment, un alt observator aflat pe planetă la 1000 km distanță de tine, către nord, observă Soarele exact deasupra capului. Calculează raza planetei pe care te găsești.

29. Te afli pe o planetă necunoscută, sferică, cu suprafața de $412\,520\,000$ km² și observi Soarele, la amiază, exact deasupra capului. La ce înălțime față de orizont se vede Soarele, în același moment, dintr-un punct aflat pe planetă la 400 km distanță de tine, către sud, pe același meridian ?

30. Un om având înălțimea $h = 1,8$ m, face ocolul Pământului mergând pe jos în lungul Ecuatorului.

- a. Calculați diferența dintre lungimea drumului parcurs de vârful capului și respectiv de vârful picioarelor.
- b. Calculați aceeași diferență dacă omul face „ocolul Pământului” parcurgând în întregime paralela de 45° .

31. Mai jos aveți comunicatul unui astronom fotograf, din care lipsește o secțiune:

“Sunt în Egipt, la latitudinea φ , și stau pe unul din colțurile piramidei lui Keops (care este o piramidă oarecare cu baza pătrată). Soarele a apus de câteva ore și observ, îndreptat către est, răsăritul Lunii exact pe direcția punctului cardinal est. Mutându-mi privirea cu 90° , observ, de-a lungul muchiei piramidei, Steaua Polară. Ducându-mă în colțul opus al piramidei, constat că pe direcția muchiei celelalte se află o stea cu declinația δ . Folosindu-mi trepiedul cu înălțimea reglabilă în intervalul (0m - 1m) reușesc, după câteva calcule, să determin înălțimea piramidei fără a face măsurători decât la nivelul solului...”

Explicați cum a reușit astronomul să calculeze înălțimea piramidei și să exprime declinația δ a stelei necunoscute în funcție de latitudinea φ . (ONAA 2012)

32. Pe ecuatorul terestru există un atol de unde, de pe cel mai înalt punct al său, Steaua Polară apare ca circumpolară. Găsiți înălțimea acestui atol. Corecția de refracție atmosferică la orizont are valoarea $R = 35'$. Steaua Polară are coordonatele ecuatoriale $\alpha = 2^h 32'$, $\delta = 89^{\circ} 16'$. (OIA 2009)

33. Două stele având coordonatele $\alpha_1 = 18^h$, $\delta_1 = +40^{\circ}$, respectiv $\alpha_2 = 6^h$, $\delta_2 = +10^{\circ}$ sunt observate la aceeași înălțime deasupra orizontului, una la culminație superioară, iar cealaltă la culminație inferioară. La ce latitudine și în ce moment de timp sideral este posibilă observația?

34. Un călător se apleacă deasupra unei fântâni și vede steaua Capella ($\alpha = 5^{\text{h}} 13^{\text{min}}$, $\delta = +47^{\circ} 57'$) oglindită în apă. La ce latitudine geografică se află călătorul și care este momentul de timp sideral al observației?
35. Un astronom a observat trecerea unui astru la meridian la momentul sideral $\theta = 7^{\text{h}} 35^{\text{min}} 15^{\text{s}}$ și a determinat distanța zenitală a acestuia, $z = 44^{\circ} 15'$. Să se afle coordonatele ecuatoriale ale astrului știind latitudinea locului de observație $\varphi = 46^{\circ}$.
36. Unghiul orar al unei stele este $H = 18^{\text{h}}$ atunci când distanța sa meridiană este $z = 40^{\circ}$. Cât va fi unghiul orar al stelei atunci când ajunge la aceeași înălțime, după trecerea la meridian?
37. În munții Grohotiș, 45° latitudine N și 26° longitudine E, la 20 februarie 2016, într-o vizuină, Rila Iepurilă și Rița Veverița se pregătesc să participe la OJAA. a) Cei doi nu știu ce reprezintă un satelit geostaționar. Vă rugăm să le explicați voi prin ce se caracterizează un satelit geostaționar. b) Cei doi, de altfel buni prieteni, se uită la TV la o emisiune de știință transmisă prin intermediul unui satelit geostaționar. Te rugăm să îi ajuți să înțeleagă felul în care pot vedea emisiunea, calculând distanța față de cei doi la care se găsește satelitul. Ei știu că Pământul este un corp sferic cu raza $R_p = 6378 \text{ Km}$ și la televizor au aflat că înălțimea la care evoluează satelitul exact deasupra ecuatorului terestru este $h = 35786 \text{ Km}$. c) Din cauza perturbațiilor în recepția și retransmisia emisiunilor, sateliții geostaționari trebuie plasați unul față de celălalt la o distanță de cel puțin 100 Km. Calculează numărul maxim de sateliți geostaționari ce pot fi plasați deasupra ecuatorului terestru. d) Prietenul celor doi, Ursul polar, se află la Polul Nord. Din păcate pentru el, nu poate să recepționeze emisiunea urmărită de cei doi. Ajută-l să poată vedea și el emisiunea, calculând latitudinea geografică la care, mergând de-a lungul meridianului pe care se află cei doi, ursul poate vedea emisiunea, orientând antena spre orizont. (OJAA 2016)

II. Mișcarea aparentă a Soarelui. Coordonate ecliptice

- Pentru un observator de la latitudinea φ care este cea mai mare înălțime a Soarelui față de orizont, în decursul unui an? Dar cea mai mică înălțime? Precizați valorile coordonatelor ecuatoriale și ecliptice (geocentrice) ale Soarelui la începutul fiecărui anotimp astronomic.
- De la ce latitudini se poate vedea Soarele la amiază exact **la zenit**, în data de: a) 21 martie; b) 22 iunie; c) 23 septembrie; d) 22 decembrie?
- De la ce latitudini se poate vedea Soarele la amiază, **la orizont**, în zilele de: a) 21 martie; b) 22 iunie; c) 23 septembrie; d) 22 decembrie?
- Care este înălțimea maximă față de orizont la care ajunge Soarele în mișcarea sa aparentă anuală, pentru un observator de pe Pământ aflat la următoarele latitudini geografice: a) $\varphi = 0^{\circ}$; b) $\varphi = +23,5^{\circ}$; c) $\varphi = +66,5^{\circ}$; d) $\varphi = +90^{\circ}$?
Reprezintă traiectoria aparentă a Soarelui în zilele de solstițiu, la aceste latitudini.
- În figura 1 este reprezentată mișcarea Pământului în jurul Soarelui, iar în figura 2, mișcarea aparentă a Soarelui deasupra orizontului, văzută de un observator aflat în emisfera nordică. Cărei poziții din figura 1 îi corespunde traiectoria aparentă (1) din figura 2? Dar traiectoria aparentă (2)? Explicați cum poate fi determinată din fig. 2 latitudinea observatorului. (OISP 2007)

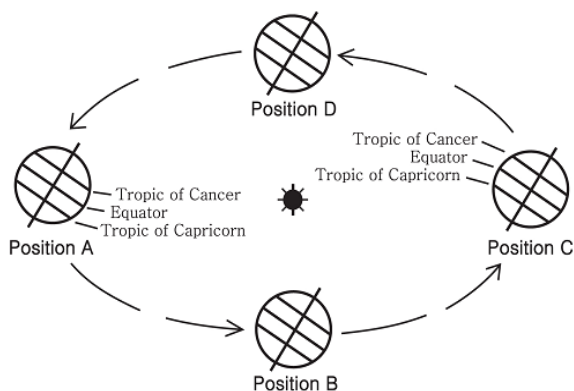


fig. 1

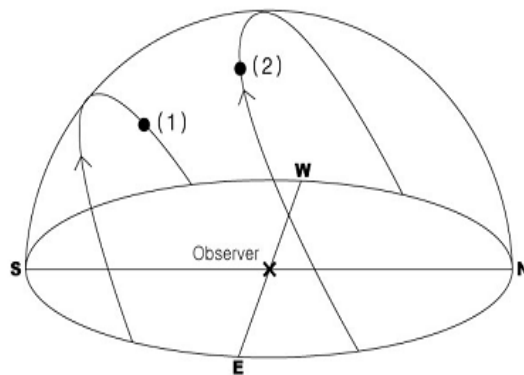


fig. 2

6. La ce dată avem cea mai lungă zi- lumină și cea mai scurtă noapte din an în țara noastră? Dar pentru cineva aflat la Cercul Polar de Nord? La ce dată avem cea mai lungă noapte din an în țara noastră? Dar pentru cineva aflat la tropicul Capricornului?
7. a) Stabiliți intervalul de valori în care se încadrează coordonatele ecliptice heliocentrice ale Pământului și Lunii pe parcursul unui an tropic, la începutul fiecărui anotimp astronomic.
b) Determinați longitudinea ecliptică (aproximativă) a Soarelui la trecerea prin perigeu și apogeu.
8. La o anumită dată, noaptea la Cercul Polar de Nord durează 24h. Cât de lungă e noaptea la aceeași dată, la Cercul Polar de Sud?
9. În ziua de 15 mai, declinația Soarelui este de $18^{\circ} 56'$. Care este latitudinea unui observator pentru care Soarele ajunge la înălțimea maximă față de orizont de $64^{\circ} 45'$?
10. Ascensia dreaptă a Soarelui pe data de 1 iunie este 4 h 35 min, iar declinația este $22^{\circ} 00'$. Să se afle longitudinile și latitudinile ecliptice ale Soarelui și Lunii, Luna fiind în faza de Prim Pătrar .
11. Cât este lungimea umbrei unui gnomon de 1 metru, la amiază, în Galați, ($\varphi = 45^{\circ}$) în data de:
a) 22 iunie; b) 22 decembrie; c) 21 martie; d) 23 septembrie?
12. a) În ziua solstițiului de vară, la amiază, lungimea umbrei unui stâlp vertical este egală cu înălțimea sa. Determinați latitudinea locului de observație.
b) La 23 septembrie, la amiază, lungimea umbrei unui gnomon este egală cu înălțimea sa. Determinați latitudinea locului de observație.
13. Determinați diferența longitudinilor geografice a două puncte de pe Ecuator deasupra cărora staționează două baloane meteorologice situate la altitudinile $h_1 = 2\text{km}$ și respectiv, $h_2 = 6\text{km}$, astfel încât pentru unul dintre baloane Soarele să răsară, iar pentru celălalt balon, Soarele să apună.
 $R_p = 6378\text{km}$ (ONAA 2013)
14. În figura alăturată este reprezentată proiecția umbrei unui stâlp pe peretele unei case. Cunoști înălțimea stâlpului h , și lungimile segmentelor de umbră proiectate pe sol l_1 și respectiv pe perete l_2 . Calculează distanța zenitală a Soarelui în momentul reprezentat în figură. (OJAA 2007)

15. Un elev din Câmpina ($\varphi = 45^\circ 18'$) observă într-o zi că, la amiază, umbra meridiană a gnomonului său înalt de 1 m are lungimea de 1,2 m. Să se determine declinația Soarelui în acel moment.

16. Care este latitudinea locului de pe Pământ, pentru care centrul Soarelui se află la orizont la miezul nopții de 22 iunie, în ipoteza că n-ar exista refracție atmosferică? Cum afectează valoarea obținută anterior corecția de refracție atmosferică $R = 34''$? Dar dacă observatorul se află pe vârful unui munte cu înălțimea de 2000 m?

17. Doi călători pleacă din Galați în ziua de 10 iulie, în același moment, unul spre răsărit și celălalt către apus, pe direcția paralelei geografice. Ei parcurg în fiecare zi câte 30° longitudine. Ce distanță parcurge într-o zi fiecare călător? La ce dată se vor întâlni? $R_p = 6370\text{km}$

18. Se știe că, pe vremea împăratului chinez Von Vang, la solstițiul de iarnă, Soarele se găsea în vecinătatea stelei ϵ Aquarius. Se poate determina epoca în care a trăit acel împărat?

19. Marea piramidă a lui Keops de la Giseh (Egipt) a fost construită în jurul anului 2560 î.Hr. În ce constelație se afla Soarele la acea vreme, la momentul solstițiului de vară?

20. În jurul anului 1100 î.Hr., astronomii chinezi au descoperit că, în ziua solstițiului de vară, înălțimea Soarelui la amiază, era de $79^\circ 7'$, iar la solstițiul de iarnă, $31^\circ 19'$. La ce latitudine s-a făcut observația? Care era atunci înclinarea eclipticii pe ecuator? (ONAA 2005)

21. În data de 21 martie, un astronom aflat la latitudinea 0° se hotărăște să prelungească observarea apusului Soarelui, urcând într-un balon, în momentul în care discul Soarelui este tangent la orizont, deasupra acestuia. Balonul se ridică vertical de la sol astfel încât astronomul continuă să vadă Soarele tangent la orizont. La ce înălțime trebuie să se găsească balonul după un minut?

22. În a doua jumătate a lunii martie, planeta Mercur se găsește aproape de ecliptică, la 10° est de Soare. La ce latitudine este mai ușor de observat planeta cu ochiul liber și în ce moment al zilei? (ONAA 2008)

23. Trezindu-vă dintr-un somn letargic, descoperiți că vă aflați pe un atol nelocuit, situat exact pe ecuator. Soarele strălucește, nu aveți la voi decât costumul de baie. Puteți spune, după ce trece o oră, dacă acasă, în România, este iarnă sau vară? (ONAA 2007)

24. Exploratorul polar Mihăiță se află la Polul Nord pe toată durata zilei polare. El are înălțimea de 1,75m. Care este lungimea minimă a umbrei sale? (ONAA 2010)

25. Primăvara astronomică a anului 2013 a început la 12h31min, după ora Greenwich-ului, la 20 martie. În ce zi și la ce oră a început după ora Bucureștiului? Ce ora siderală a fost la amiază, la 21 martie, la București?

26. Determinați ziua primei opoziții a lui Jupiter, știind că la 1 ianuarie, $\lambda_{\text{Pământ}} = 99^\circ 55'$ și $\lambda_J = 306^\circ 55'$, coordonate heliocentrice. Perioada siderală a planetei Jupiter este $T_J = 11,8\text{ani}$.

27. Între 8 și 10 mai 2000 s-au aflat în conjuncție cu Soarele trei planete strălucitoare: Mercur, Jupiter și Saturn. În ce constelație s-a putut produce acest fenomen? S-a putut observa și, dacă da, în ce moment al zilei? (ONAA 2008)

28. În ce perioadă a anului suntem atunci când Soarele ocultează steaua Aldebaran (α Tau)? Dar atunci când ocultează steaua Regulus? E posibil să oculteze steaua Betelgeuse? Argumentați.

29. Pe un spărgător de gheață s-a măsurat, la miezul nopții, înălțimea marginii inferioare a Soarelui, $h = 14^{\circ}11'5''$. Declinația Soarelui era $\delta = 21^{\circ}19'34''$, iar semi-diametrul aparent al său $d = 15'47''$. Să se calculeze latitudinea locului la care se afla nava în momentul observației.
30. Măsurând înălțimea Soarelui la amiaza zilei de 21 iunie, s-a găsit $h_1 = 57^{\circ}$, iar la amiaza zilei de 22 decembrie, $h_2 = 10^{\circ}$. Să se determine latitudinea locului de observație și declinația Soarelui în acele zile.
31. Presupunând că cele 12 constelații zodiacale au aceeași întindere pe ecliptică, să se precizeze constelația în care Soarele petrece cel mai puțin timp. Justificați.
32. Un aviator, zburând la altitudinea de 10 km, vede Soarele răsărind. După cât timp un observator de pe Pământ, aflat sub avion, va vedea Soarele răsărind? $R_p = 6370$ km.
33. Sean este în Manila și merge cu automobilul personal către nord, la ora prânzului. El nu vede bine mașina din fața lui pentru că lumina Soarelui se reflectă în luneta (geamul din spate) mașinii din față și lumina ajunge direct în ochii lui. Geamul din spate al mașinii A formează un unghi de $52^{\circ}18'$ față de sol, cum se vede în desen. Raza AB este paralelă cu solul.
- În această situație, care este altitudinea Soarelui?
 - Dacă latitudinea orașului Manila este $14^{\circ}36' N$, cât este declinația Soarelui?
 - Estimați data la care ar putea avea loc această situație. (OISP 2008)
34. Determinați înălțimea Soarelui la trecerea la meridian, în 22 decembrie, pe canalul ce leagă Marea Baltică de Marea Albă, unde înălțimea polului ceresc este $64^{\circ}33'$.
35. Luna, aflată în faza de Prim Pătrar, ocultează steaua Spica. În ce anotimp are loc observația? La ce oră a răsărit Luna în acea zi?
36. Pe 23 septembrie, Jupiter a fost în cuadratură vestică, iar Marte s-a aflat la opoziție. În ce constelații au fost observate aceste planete? Ce valori au avut longitudinile lor ecliptice?
37. Ne aflăm la latitudinea de 60° , la amiaza zilei de 21 martie.
- Cât este lungimea umbrei unui stâlp cu înălțimea de 2 m?
 - Care sunt longitudinile ecliptice ale Lunii, aflată în faza de Ultim Pătrar și planetei Saturn, aflată la opoziție?
38. Ne aflăm la latitudinea de 20° , la amiaza zilei de 22 decembrie.
- Cât este lungimea umbrei unui gnomon cu înălțimea de 1 m?
 - Care sunt longitudinile ecliptice ale Lunii la faza de Lună Plină și planetei Mercur, aflată în conjuncție inferioară?

39. Ne aflăm la Polul Nord, la amiaza zilei de 22 iunie.

A) Cât este lungimea umbrei unui gnomon cu înălțimea de 1 m?

B) Care sunt longitudinile ecliptice ale Lunii la faza de Ultim Pătrar și planetei Marte, aflată la cuadratură estică?

40. Pe data de 22 iunie a avut loc o eclipsă totală de Lună. Ce longitudine ecliptică avea Luna în acel moment și în ce constelație s-a observat fenomenul?

41. Completați tabelul următor:

Corpuri cerești	Perioada siderală	Longitudine ecliptică heliocentrică la 1 mai 2006	Longitudine ecliptică heliocentrică la 1 mai 2016
Mercur	88 z	22^0	
Venus	224,7 z	286^0	
Terra	365,25 z	220^0	
Marte	687 z	131^0	
Jupiter	11,8 ani	224^0	
Saturn	26,5 ani	131^0	
Uranus	84 ani	343^0	
Neptun	165 ani	319^0	
Pluto	248 ani	266^0	

42. Unde se găsește Sirius ($\alpha = 6\text{h } 41\text{min}$) în 21 martie, la o oră după apusul Soarelui? Dar la 23 septembrie, la o oră după răsăritul Soarelui?

43. Într-un punct din emisfera nordică se determină latitudinea cu o tijă verticală cu înălțimea de 2,5 m. La ora 3h 40min timp sideral, la culminația superioară a Soarelui, umbra tijei are lungimea de 3,831 m. Care este latitudinea locului de observație și ziua în care s-a făcut observația, dacă declinația Soarelui este $\delta = +15^0 20'$?

44. În ce perioadă a anului se poate observa din Leningrad ($\varphi = 59^0 57'$) fenomenul “noptilor albe”?

45. Pe planeta Mercur este instalat un gnomon cu înălțimea de 1 m. Se observă că lungimea minimă a umbrei sale, la amiaza zilei mercuriene, este de 0,5 m. La ce latitudine se află gnomonul și la ce distanță față de Ecuator? Diametrul planetei este de 4878 km, iar planul ecuatorului planetei coincide cu planul orbitei sale în jurul Soarelui.

46. a) Un elev din Brașov, latitudinea $\varphi = 45^0 38'$, observă că umbra meridiană a gnomonului său înalt de 1 m are lungimea de 1,12 m. Calculează declinația Soarelui în acel moment. b) Localitatea către care a plecat elevul este plasată la aceeași latitudine cu Brașovul, dar la o diferență de longitudine de $2^0 41' 24''$. Determină ce distanță a parcurs elevul. (ONAA 2014)

47. Betty, cercetător la Observatorul Astronomic din București, pleacă în data de 15 mai într-o expediție științifică în insula La Palma – Canare, la cel mai mare telescop din lume, situat la 2426 m altitudine. Ajunsă la destinație, sus pe platou, Betty (1,70 m) observă cu mirare:

a. Fiind cer senin, linia orizontului se află la mare distanță;

b. Privind cu atenție ea vede vârful celui mai înalt vulcan activ din Europa, Teide (3718 m) situat pe insula Tenerife;

c. Când Soarele (declinație $18^0 44' 07''$) se află în cel mai înalt punct de pe cer, umbra ei are o lungime de doar 0,27 m.

d. În timpul nopții Steaua Polară are o altă înălțime deasupra orizontului;

e. Vede constelația Crucea Sudului, stelele având declinația cuprinsă între $-55^0 30'$ și $-64^0 30'$.

Aflați:

1. La ce distanță, măsurată pe suprafața solului, se află linia orizontului observată de Betty.
2. La ce distanță, măsurată pe suprafața solului, se află vulcanul Teide și la ce distanță, măsurată în linie dreaptă, se află vârful vulcanului, dacă se consideră suprafața plană.
3. Care este înălțimea Stelei Polare deasupra orizontului;
4. Explicați de ce Betty a văzut trei stele principale din Crucea Sudului și nu le-a văzut tot timpul nopții. Pământul se consideră o sferă perfectă cu raza $R = 6378 \text{ Km}$. (ONAA 2016)

III. Mișcarea aparentă a Lunii. Faze. Eclipse

1. Pentru un observator aflat pe suprafața Lunii, ce interval de timp trece între:
a) răsăritul și apusul Soarelui? b) răsăritul și apusul Pământului?
2. În ce fază trebuie să fie Luna pentru ca : a) să fie posibilă o eclipsă de Lună ; b) să fie posibilă o eclipsă de Soare ; c) să răsară la ora 12h ; d) să apună la ora 12h ; e) să fie posibilă o eclipsă de Lună peste 7 zile.
3. Luna va răsări după miezul nopții, la ora 0:24, ea având în acel moment declinația de 5^0 . Desenați forma pe care o va avea zona luminată a discului aparent al Lunii și explicați raționamentul făcut.
4. a) Poate fi văzută o eclipsă totală de Soare la miezul nopții? Justificați răspunsul.
b) Poate avea loc o ocultare a planetei Venus în timpul unei eclipse de Lună? Justificați răspunsul.
5. Să se reprezinte partea luminată de pe discul Lunii, atunci când aceasta se află la o elongație de :
a) 45^0 ; b) 90^0 ; c) 135^0 ; d) 180^0 la Vest față de Soare. Aceeași cerință pentru situația în care Luna este la Est față de Soare.
6. La 22 iunie, văzut fără instrument, discul Soarelui este “ciobit” în partea dreaptă. Este începutul sau sfârșitul unei eclipse de Soare? Analizați cazurile posibile. (ONAA 2006)
7. În ce perioadă a anului suntem atunci când Soarele ocultează steaua Regulus? În ce constelație se află Luna în acel moment, dacă este în faza de Lună Plină?
8. De ce planeta Mercur nu a fost niciodată ocultată de Lună aflată în faza de Lună Plină, Primul Pătrar sau la Ultimul Pătrar? În ce condiții ar putea oculta Luna planeta Mercur?
9. Se poate observa Luna la faza de Lună Plină, în luna iunie, de la polul nord ? Între ce date calendaristice se pot observa eclipsele de Lună la polul nord? (ONAA 2006)
10. Un explorator ajunge la 15 aprilie la Polul Nord al Pământului, iar un alt explorator sosește la 15 noiembrie. Argumentând, precizați care din cei doi poate observa o eclipsă de Soare. Se pot oare observa, de la Polul Nord al Pământului, eclipsele de Lună ce au loc în iunie și noiembrie ? Argumentați răspunsul.
11. a. Dacă secera Lunii este foarte subțire și aproape de litera “C”, atunci va mai fi vizibilă Luna peste trei zile? B. Presupunem că azi Luna este la Primul Pătrar și ocultează steaua Aldebaran (alpha Tauri). În ce anotimp al anului ne găsim? (ONAA 2008)
12. Atunci când distanța unghiulară dintre Soare și Lună este de 45° , cum apreciază un observator terestru imaginea Lunii proiectată pe sfera cerească:
a. un disc circular cu o margine îngustă, în formă de seceră, luminată, iar restul discului este întunecat;
b. un disc cu o margine îngustă, în forma de seceră, întunecată, iar restul discului este luminat;
c. un disc circular cu o jumătate luminată și cu cealaltă jumătate întunecată. Justifică răspunsul corect.

13. Atunci când distanța unghiulară dintre Soare și Lună este de 120 grade, cum apreciază un observator terestru imaginea Lunii proiectată pe sfera cerească:

- a. un disc circular cu o margine îngustă, în formă de seceră, luminată, iar restul discului este întunecat;
- b. un disc cu o margine îngustă, în forma de seceră, întunecată, iar restul discului este luminat;
- c. un disc circular cu o jumătate luminată și cu cealaltă jumătate întunecată. Justifică răspunsul corect.

14. Pământul este un corp opac, de aceea, pe direcția Soarelui, în sens opus lui, se formează un con de umbră în care nu ajung razele de lumină ale Soarelui. Conul de umbră geometric al Pământului este mărginit de razele de lumină ale Soarelui, tangente la suprafața Pământului. Datorită refracției astronomice, razele Soarelui sunt deviate la trecerea prin atmosfera terestră cu aproximativ 1° . Conul de umbră real al Pământului este mărginit de razele de lumină ale Soarelui, deviate la trecerea prin atmosferă.

a. Cunoscând distanța medie de la Pământ la Soare 149,6 milioane km și raza Soarelui, 696 000 km, aflați înălțimea conului de umbră geometric al Pământului și înălțimea conului de umbră real al Pământului, exprimate în raze terestre. Raza medie a Pământului este egală cu 6371 km.

b. Știind că distanța minimă dintre Lună și Pământ este de 363 258 km, stabiliți dacă Luna poate trece prin conul de umbră real al Pământului. Ce legătură există între rezultatul obținut și aspectul Lunii în timpul fazei totale a unei eclipse de Lună? (ONAA 2011)

15. a. Să se calculeze ce suprafață acoperă pe Pământ zona de umbră produsă în timpul unei eclipse totale de Soare, dacă Luna este în acel moment la perigeul orbitei sale ($r_p = 363\,258\text{ km}$). Se consideră suprafața Pământului aflată în umbra Lunii, plană și perpendiculară pe direcția Lună – Soare.

b. Din cauza interacțiunii mareice dintre Pământ și Lună, Luna se îndepărtează de Pământ cu 3 cm/an. Peste câți ani nu vom mai putea observa eclipse totale de Soare de pe Pământ?

Se cunosc: raza Lunii – 1738 km, raza Soarelui – 696 000 km, raza Pământului, $R_p = 6371\text{ km}$, distanța medie Pământ- Lună – 384 400 km, excentricitatea orbitei Lunii, $e_L = 0,055$. (ONAA 2005)

16. Calculați latitudinea ecliptică maximă a Lunii, aflată în opoziție, pentru care e posibilă observarea unei eclipse de Lună: a) parțiale; b) totale.

17. Un observator de pe Pământ urmărește o eclipsă totală de Soare.

A. Ce durată determină, dacă pornește cronometrul în momentul primului contact și îl oprește în momentul ultimului contact?

B. Din punctul de observare al eclipsei este emis, timp de $\Delta t = 0,5$ secunde, un fascicul laser spre punctul de prim contact. În ce moment trebuie să înceapă emisia fasciculului dacă numai jumătate din lumina emisă ajunge pe Soare?

Se consideră Luna perfect sferică și se neglijează refracția astronomică, iar traiectoria Lunii poate fi considerată, pe durata eclipsei, rectilinie. Se cunosc: distanța până la Lună în momentul eclipsei, $d_L = 374\,000\text{ km}$, distanța medie Pământ – Lună, $d = 384\,400\text{ km}$, diametrul Lunii, $D_L = 3474\text{ km}$ și perioada orbitală a Lunii, $T = 27,3$ zile. (ONAA 2009)

18. În data de 1 iunie 2011, la ora 21 TU, a avut loc o eclipsă parțială de Soare vizibilă din emisfera nordică a Pământului, iar în data de 15 iunie 2011, a fost vizibilă de la noi o eclipsă totală de Lună la ora 20 TU. Estimați data și ora la care Luna a fost în faza de prim pătrar în iunie 2011. (ONAA 2012)

19. La 7 februarie, Luna a fost la Ultimul Pătrar. Care a fost ascensia ei dreaptă? (ONAA 2008)

20. La 22 decembrie, în timpul unei eclipse totale de Lună, se produce o ocultație a lui Jupiter de către Lună. Precizați în ce constelație se afla Jupiter și în ce poziție se afla el relativ la Soare și Pământ. (ONAA 2008)

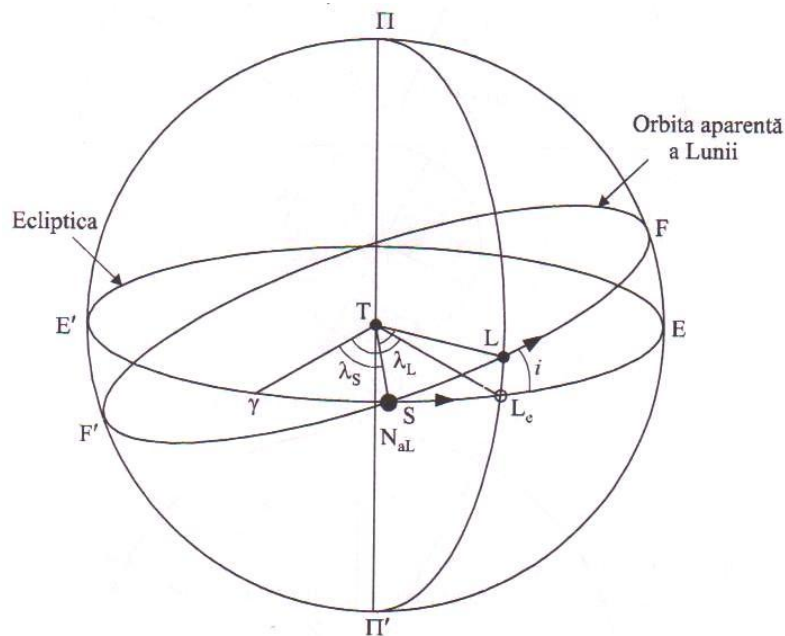
21. Două persoane aflate pe Ecuatorul terestru și separate cu aproape 180° în longitudine, observă, în același moment, poziția Lunii în raport cu fondul cerului. Dacă declinația Lunii este zero, să se facă o schiță a situației prezentate și să se calculeze diferența aparentă dintre ascensiile drepte văzute de cele două persoane. Se cunosc: distanța medie dintre centrul Pământului și centrul Lunii, $r = 384\,400\text{km}$, diametrul Pământului, $D = 12\,742\text{km}$.

22. a) Calculați lățimea conului de umbră al Pământului la distanța la care orbitează Luna și durata maximă a unei eclipse totale de Lună. b) Calculați lățimea benzii de totalitate în timpul unei eclipse de Soare, văzută de la Ecuator. Considerăm că Luna se află la perigeul orbitei sale, $r_L = 363\,258\text{ km}$.

23. **Configurațiile Lunii.** Deoarece înclinația planului orbitei Lunii față de planul eclipticii este foarte mică, distanța unghiulară dintre Soare și Lună, apreciată de pe Pământ, poate fi acceptată ca fiind egală cu diferența longitudinilor ecliptice geocentrice ale acestora ($\lambda_L - \lambda_S$) așa cum indică figura alăturată.

Să se precizeze valorile distanțelor unghiulare dintre Soare și Lună, precum și diferențele longitudinilor ecliptice ale acestora, atunci când:

- Luna și Soarele sunt în conjuncție față de Pământ;
- Luna și Soarele sunt în opoziție față de Pământ;
- Luna se află la Primul Pătrar;
- Luna se află într-un octant.



24. În Poiana verde din munții Grohotiș (45° Latitudine N, 26° longitudine E) toate vietățile știu că participanții la ONAA 2017 urmează să vină într-o excursie. Pentru a-i provoca la o întrecere, pe bradul din mijlocul poienii, Rilă Iepurilă afișează următoarele afirmații ale personajelor din pădure. Te invităm, ca pentru fiecare afirmație să stabilești dacă este: **Adevărată** sau **Falsă** și odată ales răspunsul, să îl justifici pe scurt.

- Moș Martin spune: „Este miezul nopții și în Poiană a răsărit LUNA PLINĂ” ;
- Rița Veverița spune : „Eu mă culc devreme. Seara în crepuscul, voi recunoaște, privind din ușa viziunii mele, secera subțire a Lunii în descreștere”
- Lupul privește Luna și urlă: „Iarna,LUNA PLINĂ descrie deasupra Poienii cel mai mare arc de cerc deasupra orizontului”
- Cocoșul de munte spune: „Când este LUNAPLINĂ, jumătatea luminată a Pământului este orientată către Lună”

5. Prietenul meu cangurul , care locuiește în Sidney, Australia, când vede Luna ca o seceră de forma literei „C” spune: „Dacă Luna este crescătoare, este vreme de plimbare”
6. Ursul spune: „*Prietenul meu ursul polar, aflat la Polul Nord, în iulie, va vedea răsăritul LUNII PLINE*”
7. Mistrețul spune: „Prietenul meu porcul spinos, care locuiește pe malul canalului Panama, vede dimineața în CREPUSCUL, pe direcția Est, secera Lunii în descreștere. Luna este asemenea unei bărci sau litera U”
8. Veverița spune: „Atunci când eu văd din Poiană Luna la PRIMUL PĂTRAR, prietena mea din Argentina vede Luna în ultima fază a ULTIMULUI PĂTRAR”
9. Cucul spune: „*Pinguinii de la Polul Sud, în noaptea polară, văd Luna în ULTIMUL PĂTRAR, sub forma literei „D”, aproape de zenit*”.

(ONAA 2017)

Răspunsuri: 1-F ; 2-F ; 3-A ; 4-F ; 5-A ; 6-F ; 7-A ; 8-F ; 9-F.

25. Pe data de 28 septembrie 2015 a avut loc o *eclipsă totală de superlună*. Explicați de unde provine această denumire a eclipsei. a) La ora 5h 47 min 24s (ora de vară) a reprezentat momentul maximului eclipsei, în acel moment distanța Pământ – Soare fiind $D = 149.921.907$ Km. Calculați lungimea conului de umbră al Pământului, considerat un corp sferic, cu raza $R = 6378$ Km și știind că raza Soarelui este $R_S = 6,9626 \cdot 10^8$ m.

b) Care este motivul pentru care în timpul trecerii prin conul de umbră, Luna rămâne vizibilă și are o culoare roșiatică ?

c) Durata tranzitului prin umbră a fost de 3h 19,8 min, viteza lunii pe orbită $v = 1,02$ Km/s, calculați:

1. Lungimea drumului parcurs de Lună în acest interval de timp;
2. Cu câte grade s-a deplasat Luna pe bolta crească în timpul tranzitului prin umbră
- d. De ce toate eclipsele de Lună, vizibile din emisfera nordică încep din partea estică a Lunii? (OJAA 2016)

IV. Distanțe unghiulare, dimensiuni și paralaxe

1. Soarele are diametrul de aproximativ 1 400 000 km. Dacă vrem să realizăm un **model la scară al Sistemului solar**, cât trebuie să fie scara de reprezentare astfel încât Soarele să aibă diametrul de 14 m? Estimați distanțele până la planete și dimensiunile Pământului în acest model.

2. În modelul descris mai sus, calculați cât ar fi distanța până la cea mai apropiată stea (4,3 a.l.), până la centrul galaxiei noastre (27 000 a.l.) și cât de mare ar trebui să fie reprezentarea galaxiei noastre.

3. Dacă ne propunem să realizăm un **model la scară al Grupului Local** de galaxii și vrem să reprezentăm galaxia noastră printr-un nasture (diametru 1 cm), cât va fi distanța până la galaxia Andromeda? (2,6 milioane a.l.) Dar până la centrul roiului de galaxii din Virgo? (50 milioane a.l.)

4. Știind că Luna se află la o distanță medie de 384 400 km și are diametrul aparent de 31', să se afle raza Lunii și paralaxa sa diurnă orizontală ecuatorială. ($R_{\text{Pământ}} = 6378$ km)

5. Din două observatoare diferite de pe glob, A și B, aflate pe același meridian, se observă în același timp un astru a cărui distanță zenitală este $z_A = 30^\circ$ față de observatorul A și $z_B = 45^\circ$ față de observatorul B. Suma celor două paralaxe geocentrice în raport cu cele două observatoare, este $p_1 + p_2 = 70'$.

Se cere distanța de la astru la centrul Pământului, exprimată în raze terestre.

6. Știind că o pată solară are diametrul unghiular de 0,7'', ce valoare are diametrul său liniar (în km)?

7. Paralaxa Soarelui este 8,8'' atunci când raza discului său aparent este 16' 1''. Determinați raportul dintre raza Soarelui și raza Pământului.

8. Planeta Marte, aflată în opoziție, ajunge la distanța de 78 milioane km față de Pământ. Știind că raza planetei Marte este de 3380 km, să se calculeze diametrul său unghiular aparent.
9. Cei doi sateliți ai planetei, Phobos și Deimos, pot fi observați la distanțele unghiulare maxime față de limbul planetei: $\alpha_{\text{PHOBOS}} = 33,17''$ și $\alpha_{\text{DEIMOS}} = 1' 35''$. Să se calculeze distanțele reale (în km) de la suprafața planetei la cei doi sateliți. $R_M = 3380 \text{ km}$
10. Să se determine diametrele unghiulare aparente ale Soarelui, Pământului și Lunii, văzute de pe suprafața planetei Marte, aflată la cuadratură estică. Raza orbitei planetei Marte este de 1,52 UA. Diametrele liniare sunt $d_{\text{Soare}} = 1\,392\,000 \text{ km}$, $d_{\text{Pământ}} = 12\,740 \text{ km}$ și $d_{\text{Lună}} = 3\,440 \text{ km}$.
11. Diametrele unghiulare maxime ale planetelor Venus și Marte, văzute de pe Pământ, au valorile $64,5''$ și, respectiv, $18''$. Semiaxe mari ale orbitelor lor sunt $a_1 = 108$ milioane km, respectiv, $a_2 = 228$ milioane km. Să se afle diametrele reale ale celor două planete. Se consideră orbitele planetelor aproximativ circulare.
12. a) Cât este elongația maximă a planetelor Mercur, Venus, Pământ și Marte, văzute de pe Jupiter?
b) În ce interval maxim de timp, înainte de răsărit și după apus, se pot observa planetele Mercur și Venus de pe Pământ? Se vor considera declinațiile planetelor și Soarelui egale cu 0° . ($a_{\text{Mercur}} = 57,9$ milioane km, $a_{\text{Venus}} = 108,2$ milioane km, $a_{\text{Marte}} = 227,9$ milioane km, $a_{\text{Jupiter}} = 778,3$ milioane km.)
13. Un observator aflat pe Venus determină că diametrul unghiular al Pământului este de $62,8''$. Să se afle distanța între Venus și Pământ în momentul observației. Diametrul Pământului este de 12 756 km.
14. Supergiganta Betelgeuse, văzută de pe Pământ, are diametrul unghiular $0,044''$ și se află la distanța de 427 a.l. față de noi. Calculați diametrul liniar al supergigantei, exprimat în km și în UA.
15. Folosim unde radio pentru a comunica cu un robot de pe suprafața planetei Marte. Cât durează până când este recepționat un mesaj? Distanța Marte – Pământ variază între 56 și 400 milioane km.
16. O sondă spațială ajunge la Pluto (40 UA) Cât durează să ajungă semnalul radio de la sondă la Pământ?
17. Galaxia noastră are o rază de 30 kpc și o grosime de 600 pc. Dacă în galaxia noastră se produc cinci explozii de supernovă la fiecare 100 de ani, cât de des ne putem aștepta să se producă o explozie într-o vecinătate cu o rază de 100 de parseci a Soarelui ? Se consideră că stelele sunt uniform distribuite în galaxie.
18. În roiul de galaxii Abell 2218, densitatea este de 40 galaxii într-un $(\text{Mpc})^3$. Să se estimeze distanța medie dintre galaxiile aflate în roi.
19. În roiul de galaxii Virgo există aproximativ 100 galaxii care acoperă pe cer o regiune de $6^\circ \times 6^\circ$. Distanța medie până la roi este de 15 Mpc. Să se estimeze distanța medie dintre galaxiile aflate în acest roi.
20. Ești cosmonaut în prima misiune care ajunge pe Marte. Fiind pe Marte constăți că discul solar este observabil sub un unghi de $22',7$. Știind că raza Soarelui este egală cu 109 raze terestre, calculează în cât timp lumina ajunge de la Soare la Marte. (OJAA 2009)
21. Nebuloasa M 57, aflată la 2300 ani lumină de noi, are diametrul unghiular $d = 90''$. Considerând că viteza de expansiune a ei este de 50 km/s, calculați în ce an a avut loc explozia din care s-a format M 57.

22. Completați datele care lipsesc din următorul tabel:

Planeta	Paralaxa diurnă (în arcsec)	Distanța până la planetă (în UA)	Diametrul real al planetei (în km)	Diametrul unghiular aparent
Mercur	9,495		4880	
Venus		0,694		24''
Marte	16		6784	
Jupiter		4,2		47''
Saturn	0,925		120 000	
Uranus		18,18		3,85''
Neptun	0,302		50 800	
Pluto		39		0,106''

23. Completați datele care lipsesc din următorul tabel:

Numele stelei	Paralaxa anuală (în arcsec)	Distanța la stea (în parseci)	Distanța până la stea (în ani lumină)
Procyon (CMi)	0,287		
Proxima Centauri		1,347	
Sirius (CMa)			8,65
Vega (Lyr)	0,133		
Arcturus (Boo)			33,58
Altair (Aql)		4,950	
Capella (Aur)	0,071		
Deneb (Cyg)		500	
Polaris			652

24. Să se determine diametrul stelei β Ceti în kilometri, știind că diametrul său unghiular este 0,065'', iar paralaxa ei este de 0,024''.

25. Câte planete de dimensiunea Pământului ar putea să încapă în interiorul planetei Jupiter? ($R_J = 11,2 R_P$). Câte planete de dimensiunile lui Jupiter pot să încapă în interiorul Soarelui? ($R_S = 9,74 R_J$)

26. În urmă cu 14,83 ani astronomii puteau observa detaliile inelelor lui Saturn. Anul acesta Saturn se află la opoziție și inelele par pentru observatorul situat pe Pământ foarte puțin înclinate față de direcția de observare.

a) Dacă diametrul aparent al planetei Saturn în acest moment este de 19'', determinați raza ecuatorială a planetei.

b) Satelitul său cel mai mare, Titan, se observă la distanța unghiulară maximă de 3,273' spre vest de planetă. În urmă cu 8 zile era la aceeași distanță, însă spre est. Calculați masa planetei Saturn.

c) Presupunând că ar exista un ocean suficient de mare, planeta Saturn s-ar scufunda sau ar pluti la suprafața acestuia? Justificați răspunsul. (ONAA 2009)

27. Steaua dublă η Cas are o paralaxă anuală de 0,181'' și o distanță unghiulară între componente de 12,5''. Determinați distanța dintre cele două componente, exprimată în unități astronomice.

28. Din materia Pământului se face un cablu de lungime egală cu distanța de la Pământ până la:

A. Soare;

B. Proxima Centauri;

C. Nebuloasa din Andromeda.

Evaluați diametrul cablului în fiecare dintre situații, cunoscând raza medie a Pământului (6371 km), unitatea astronomică ($1,496 \times 10^8$ km), distanța până la steaua Proxima Centauri (1,34 pc), distanța până la "nebulosa" (galaxia) din Andromeda (0,7 Mpc). (ONAA 2006)

29. Cele șapte stele principale ale Ursei Mari se află la distanțe diferite față de noi. Satelitul Hipparcos a măsurat cu o precizie extraordinară paralaxe la mai mult de 200 000 stele, printre care și pe cele ale stelelor din asterismul Ursei Mari. Pe baza datelor din tabel, notați aceste stele în ordinea crescătoare a distanței.

(1 mas = 1 milisecundă de arc)

Nr. de ordine	Denumire	Nume Bayer	Paralaxă (mas)	Distanța (a.l.)
	Dubhe	α	26,38	
	Merak	β	41,07	
	Phecda	γ	38,99	
	Megrez	δ	40,05	
	Alioth	ϵ	40,30	
	Mizar	ζ	41,73	
	Alcaid	η	32,39	

30. Rămășițele unei supernove se mișcă cu aproximativ 1000 km/s. Presupunând că acestea se află la 10 pc distanță de noi, aflați cu cât se modifică diametrul unghiular al nebuloasei supernovei în fiecare an.

31. Ecoul unui semnal radar trimis spre planeta Venus aflată la digresiune vestică (elongație vestică maximă, egală cu 48 de grade) se întoarce după 664 de secunde. Utilizând această informație, deduceți valoarea unității astronomice. (ONAA 2006)

32. Galaxia Andromeda, aflată la 2,6 milioane a.l., se apropie de galaxia noastră cu 300 km/s. Dimensiunile unghiulare ale galaxiei Andromeda sunt $190' \times 60'$. a) Estimați diametrul liniar al galaxiei și unghiul de înclinare al discului său galactic pe direcția razei vizuale. Considerăm că discul galactic are formă circulară. b) Calculați după câți ani galaxia Andromeda își va dubla dimensiunile unghiulare aparente, pentru un observator de pe Pământ.

33. **Tranzitul lui Venus.** Folosind informațiile numerice existente pe desenul din figura de mai jos, să se determine: diametrul unghiular al Soarelui, diametrul unghiular al planetei Venus, viteza de deplasare a umbrei lui Venus pe discul solar și durata anului venusian.

2004 and 2012 Transits of Venus

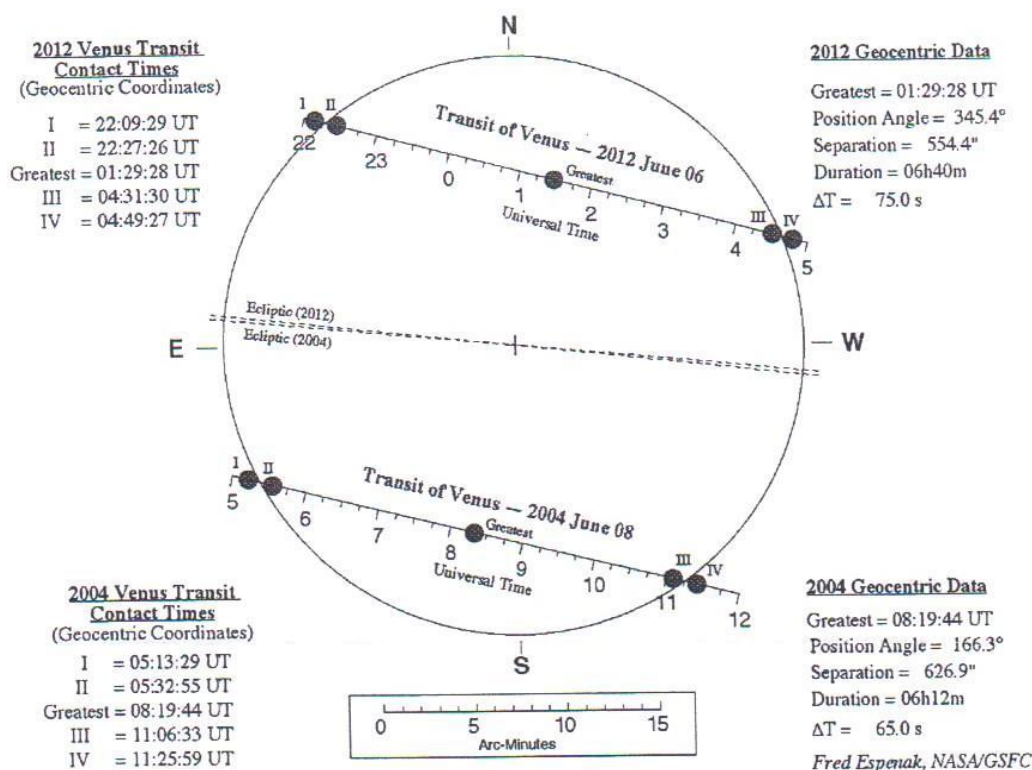


Figure 1 - Path of Venus across the Sun's disk on 2004 June 08 and 2012 June 06

34. Una din mărimile utilizate pentru a caracteriza activitatea Soarelui este aria petelor solare. Ca unitate de măsură se folosește o milionime (milionth) adică 0,000001 din aria emisferei vizibile de pe Pământ a Soarelui. În tabelul următor sunt trecute valorile medii anuale ale ariilor regiunilor cu pete solare începând cu anul 1974 până în 2005.

a) Trasați graficul variației ariei activității solare în funcție de timp;

b) Determinați valoarea medie a duratei unui ciclu de variație a activității solare și abaterea fiecărui ciclu de la valoarea medie;

c) În ce an va atinge aria activității solare următorul maxim?

Anul	Aria activității solare (milionth)	Anul	Aria activității solare (milionth)	Anul	Aria activității solare (milionth)	Anul	Aria activității solare (milionth)
1974	400	1982	2277	1990	2048	1998	763
1975	166	1983	944	1991	2470	1999	1162
1976	169	1984	811	1992	1349	2000	1614
1977	347	1985	179	1993	696	2001	1704
1978	1368	1986	125	1994	340	2002	1828
1979	2189	1987	295	1995	160	2003	1099
1980	2160	1988	1352	1996	82	2004	660
1981	2270	1989	2579	1997	210	2005	542

35. Se cunosc razele aparente ale Lunii (15'30") și respectiv a Soarelui (16'18") și se cunosc perioadele siderale de revoluție ale Pământului (365,25 zile) și respectiv a Lunii (27,32 zile). Să se determine:

a) durata fazei de totalitate a unei eclipse de Soare; b) durata acestei eclipse. (OJAA 2014)

36. Marte a fost la marea opoziție în timp ce se afla în constelația Racului, care este străbătută de ecliptică pe o distanță unghiulară de 19 grade. S-a măsurat atunci diametrul său unghiular (25") și paralaxa (40").

a) magnitudinea aparentă a planetei fiind – 2,9, calculați albedoul planetei, știind că cel al Lunii Pline, care are magnitudinea – 12,7, este 0,12. b) Câte zile a fost Marte în Rac? c) Știind că opozițiile se repetă după 2 ani și 50 zile, calculați elementele orbitei planetei Marte, cunoscând excentricitatea orbitei Pământului (0,02). Se cunosc raza Pământului, $R_p = 6370\text{km}$, raza Lunii, 1737km și distanța Pământ – Lună, 1/400 UA.

d) Calculați raza planetei Marte și distanța până la ea în acel moment ($1 \text{ UA} = 15 \cdot 10^{10}\text{m}$) (ONAA 2014)

V. Timpul în astronomie

1. Dacă cerul ar fi acoperit permanent de nori, cum s-ar putea măsura timpul?

2. Se poate imagina un **calendar cosmic**, în care un an calendaristic să reprezinte întreaga durată de existență a Universului, de 13,7 miliarde de ani. A) Câți ani vor fi reprezentați de 1 zi din acest calendar?

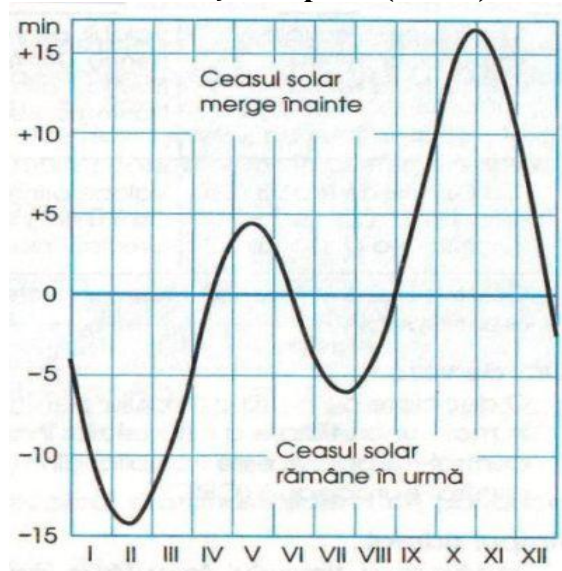
b) În ce moment al calendarului cosmic:

- s-a format galaxia noastră? (acum 12 miliarde de ani).....
- s-a format sistemul solar? (acum 4,6 miliarde de ani).....
- a apărut viața pe Pământ? (acum 2 miliarde de ani).....
- au dispărut dinozaurii? (acum 65 milioane de ani).....
- au apărut primii hominizi? (acum 60 milioane ani).....
- au fost pictate peșterile de la Altamira? (acum 35 000 de ani).....
- au fost construite marile piramide din Egipt? (acum 4000 de ani).....
- a privit Galilei spre cer cu un telescop, punând bazele astronomiei moderne? (în anul 1609 e.n.).....

3. O planetă îndreaptă spre Soare mereu aceeași față. Câte zile siderale are un an pe planeta respectivă ?

4. Care este diferența de timp local (mediu solar) între Moscova și Cluj, știind că longitudinile acestor orașe sunt 2h 30min 30s și 1h 34min 24s? Dar diferența de timp legal?
5. Care este diferența de timp civil și de timp legal la un moment dat, între localitățile Sulina și Turnu-Severin, știind că longitudinile acestor localități sunt $L_1 = 1\text{h } 58\text{min } 42\text{s}$, respectiv $L_2 = 1\text{h } 30\text{min } 12\text{s}$?
6. Doi astronomi observă o eclipsă de Lună. Cel din București ($L_1 = 1\text{h } 44\text{min } 23\text{s}$) înregistrează începutul eclipsei la ora sidereală $\theta_1 = 19\text{h } 25\text{min}$, iar celălalt observă începutul eclipsei la ora sidereală $\theta_2 = 19\text{h } 15\text{min}$. A) Să se afle longitudinea celui de-al doilea observator; b) Pe ce dată a anului are loc fenomenul, dacă eclipsa începe la București exact la miezul nopții?
7. a) Dacă pendula arată într-o localitate timpul civil 13h 05min 22s în momentul în care timpul universal este 11h 00min 00s, cât este longitudinea acelei localități?
b) Dacă ceasul arată timpul legal $t = 9:00$ în momentul în care timpul universal este $TU = 6\text{h}$, cât este longitudinea observatorului?
8. La 1 iunie, cadranul solar al Catedralei din Strasbourg arată la un moment dat ora 13h 30min. Cât este ora legală corespunzătoare? $L_{\text{Strasbourg}} = +5^{\circ} 20'$.

Ecuția timpului ($t_a - t_m$):



9. La ce moment de timp sidereal va trece Soarele la meridianul superior, la 5 zile după echinocțiul de primăvară? (OJAA 2012)
10. Un turist aflat pe data de 15 septembrie în Montreal ($L = -73^{\circ} 30'$), citește pe un cadran solar ora 11h 15min. Care este ora legală în acel moment? Dar ora GMT?
11. Dacă în acest moment timpul sidereal este 4h, peste câte ore va trece la meridianul locului de observare steaua Vega, cu ascensia dreaptă egală cu 18h 35min?
12. În ziua de 21 martie, la un moment dat, unghiul orar al stelei Dubhe ajunge la valoarea $H = 90^{\circ}$. Știind coordonatele locului de observație ($\varphi = 44^{\circ} 35'$ și $L = 1\text{h } 50\text{min}$) precum și ascensia dreaptă a stelei Dubhe ($\alpha = 11\text{h } 2\text{min}$), să se calculeze timpul sidereal, timpul universal și timpul legal în momentul observației.
13. La 1 ianuarie, la ora 0 GMT, a avut loc o eclipsă totală de Soare. În 3 ianuarie, la ora 0 GMT, s-a produs o ocultație a lui Jupiter de către Lună, iar în 5 ianuarie, la ora 0 GMT, s-a produs o ocultație a planetei Venus de către Lună. Ce alt fenomen astronomic s-a mai produs în luna ianuarie a acelui an?

14. În vacanță, Gigel pleacă cu iahtul într-o croazieră pe ocean. Iahtul nu are sistemul GPS, dar dispune de un orologiu care indică Timpul Universal și instrumente de măsurare a altitudinii astrelor.

Ajutați-l pe Gigel să afle **coordonatele geografice** ale locului în care se găsește și să determine **în ce direcție** trebuie să se îndrepte pentru a ajunge la cel mai apropiat țărm. Se vor analiza următoarele cazuri:

- a) Este ziua echinocțiului de primăvară, Soarele se vede la amiază la o altitudine de 75° spre sud, iar ceasul indică ora 22.00 TU;
- b) Este ziua solstițiului de vară, Soarele ajunge la amiază la altitudinea de $47,5^{\circ}$ spre nord, iar ceasul indică ora 6.00 TU;
- c) Este miezul nopții (timp local), Polaris se vede la o altitudine de 67° iar ceasul indică ora 1.00 TU;
- d) Timpul local este 6.00, timpul universal este 11.00, iar poziția constelației Crucea Sudului indică o altitudine a Polului Sud Ceres de 33° , spre sud.

15. Într-un an cu activitate solară maximă s-au defectat toți sateliții de comunicații, inclusiv cei GPS.

În ziua de 20 februarie, un căpitan de vas trebuie să determine coordonatele geografice ale navei sale, observând trecerea la meridian a stelei Sirius, la ora 23h 15min 34s TU. El constată că Sirius ajunge la acea oră la înălțimea maximă de 50° . Explicați metoda folosită de căpitan și determinați latitudinea și longitudinea locului, cunoscând declinația și ascensia dreaptă a stelei Sirius. ($\alpha = 6h 45min$; $\delta = -16^{\circ} 42'$)

16. a) Care este intervalul de timp sideral dintre culminația superioară a stelei Aldebaran ($RA = 4h 36m$, $DEC = 16^{\circ} 31'$) și culminația superioară a stelei Vega ($RA = 18h 36m$, $DEC = 38^{\circ} 47'$)?

b) Care sunt zilele din an în care cele două stele culminează superior exact la miezul nopții?

c) La ce înălțime ajunge fiecare, pentru un observator de la latitudinea de 45° ?

17. Un astru este observat la zenit la ora legală 21h 30min, pe 23 septembrie. Coordonatele locului de observație sunt $\varphi = 45^{\circ}$, $L = 29^{\circ}$. Să se afle declinația astrului, momentul sideral și momentul de timp civil al observației.

18. Un satelit este observat la meridianul locului la ora legală 17h 35min. Să se afle momentul sideral al observației. Se cunosc: $L = 1h 34min$ și timpul sideral la ora 0TU la Greenwich $\theta_{0G} = 1h 3min$.

19. Într-o seară de iarnă, steaua Betelgeuse se observă la meridianul locului, la culminație superioară.

La ce oră legală și în ce moment de timp local a fost făcută observația? Se cunosc: ascensia dreaptă a stelei $\alpha = 5h55min$, longitudinea locului de observație, $L = 23^{\circ}$ și momentul sideral al miezului nopții la Greenwich, $\theta_{0G} = 4h$.

20. Într-o noapte steaua Spica se observă exact deasupra punctului cardinal sud, la ora legală 22h. Să se afle momentul de timp universal și local al observației. ($\alpha = 13h 25min$, $L = 27^{\circ}$) Să se estimeze data la care a fost făcută observația.

21. Roiul deschis Praesepe ($\alpha = 8h 39min$; $\delta = +19^{\circ} 40'$) este observat la culminație superioară din București ($\varphi = 44^{\circ} 25'$; $L = 1h 45min$) în ziua echinocțiului de primăvară. La ce înălțime a ajuns deasupra orizontului și la ce oră a fost făcută observația? (timp legal)

22. Steaua Antares (α Sco) are coordonatele ecuatoriale $\alpha = 16h29min$ și $\delta = -26^{\circ} 25'$ și este observată din Iași ($\varphi = 47,17^{\circ}$, $L = 27,57^{\circ}$) la culminație superioară pe 30 iunie. La ce înălțime a ajuns deasupra orizontului și la ce oră a fost făcută observația? (timp legal)

23. Intervalul de timp dintre două conjuncții ale unui asteroid care orbitează Soarele, observat de pe Pământ, este de 500 zile. Să se afle semiaxa mare a orbitei asteroidului.

24. Să se determine intervalul de timp dintre două opoziții ale planetei Marte, cunoscând semiaxa mare a orbitei planetei Marte, $a = 1,52$ UA
25. Să se afle intervalul de timp de la conjuncția la opoziția planetei Saturn, cunoscând semiaxa mare a orbitei sale, $a = 9,54$ UA.
26. O planetă pitică din centura Kuiper are perioada siderală de 400 ani. Determinați semiaxa mare a orbitei sale și intervalul de timp dintre două opoziții ale planetei, văzute de pe Pământ.
27. În anul 2004 au fost 5 duminici în luna februarie. A) În ce an se va întâmpla pentru prima dată după 2004 să fie 5 duminici în februarie? B) În ce an s-a întâmplat ultima dată înainte de 2004 să fie cinci duminici în februarie ? (ONAA 2008)
28. Durata anului poate fi calculată ținând cont de periodicitatea mișcării de rotație a Pământului în jurul Soarelui – an Solar și/sau a mișcării Lunii în jurul Pământului – an Lunar. Conform calendarului Solar un an durează 365,25 zile. Conform calendarului Lunar un an lunar durează 354 zile. Diferența de zile din calendarul Solar sunt contorizate și atunci când numărul zilelor depășește 30, se adaugă în calendarul Lunar încă o lună cu 30 de zile. Se reia apoi ciclul de calcul.
Mihai constată că în anul 2008, ziua lui de naștere, 1 Ianuarie, coincide cu începutul anului Lunar. Care este următorul an în care ziua de naștere a lui Mihai va coincide, din nou, cu începutul anului Lunar? (OJSP 2012)
29. Planeta Mercur are perioada de rotație în jurul axei proprii de 58 zile 17h și perioada de revoluție în jurul Soarelui de 88 zile. Să se determine durata zilei solare pe Mercur. Cât timp trece de la răsăritul Soarelui și până la apus pentru un observator de pe suprafața planetei Mercur?
30. Planeta Venus se rotește în jurul axei sale cu o perioadă $T_1 = 243$ zile terestre (față de stele) în sens opus revoluției în jurul Soarelui, care are perioada $T_2 = 225$ zile terestre. Aflați durata T a unei zile și nopți venusiene.
31. O planetă are perioada rotației proprii $T_0 = 24$ h, iar perioada de revoluție în jurul stelei $T = 1$ an. Satelitul planetei are perioada de rotație în jurul planetei $T' = 28$ zile. A) Considerând că toate corpurile se rotesc în același plan și în același sens, aflați perioada de repetiție a eclipsei satelitului, observată de pe planetă. B) Cât devine această perioadă dacă este măsurată dintr-un anumit loc fix de pe planetă?
32. Pentru un observator de pe suprafața Lunii, atât Pământul, cât și Soarele se pot considera puncte materiale, permanent colineare cu centrul Lunii. Datorită rotației proprii a Lunii, pe suprafața acesteia există alternanța zi – noapte. Să se determine, pentru observatorul de pe suprafața Lunii, durata nopții lunare, cunoscând perioada rotației proprii a Lunii, $T_L = 27,25$ zile terestre și perioada rotației Pământului în jurul Soarelui, $T_{PS} = 365$ zile terestre. (ONAA 2008)
33. Prin perioada unui orologiu se înțelege intervalul de timp în care indicația orologiului evoluează cu 24 de ore. Astfel, un orologiu obișnuit de timp legal trebuie să aibă o perioadă de 24h, iar unul de timp sideral are perioada de 23h 56min 4,1s. Un orologiu special este instalat la bordul unui satelit artificial care are planul orbitei în planul ecuatorului Pământului, pe o traiectorie circulară de altitudine 1000km. Acest orologiu este reglat astfel încât să indice mereu timpul sideral al punctului de pe ecuator la al cărui zenit se găsește. Care este perioada acestui orologiu? (ONAA 2009)

34. Prin centrul câmpului unei lunete de la Observatorul din Beijing ($\varphi = 39^{\circ}54' \text{ N}$, $L = 116^{\circ}23' \text{ E}$, zona de timp TU+8^h) fixată în planul meridianului locului se poate observa culminația superioară a stelei Procyon ($RA=7^h 39^m 18^s$, $DEC=5^{\circ}13'30''$) de două ori în cursul unei anumite zile a anului.

A) Care este acea zi? B) Care este înălțimea deasupra orizontului la care este fixată luneta?

Se cunoaște timpul sideral la Greenwich la ora 0 timp universal în data de 1 ianuarie: 6h 41min 05s.

(ONAA 2007)

35. Primind vestea despre descoperirea unei noi planete pitice, un astronom și-a propus să-I determine coordonatele ecuatoriale. Observând-o la cercul meridian, el a găsit că trecerea superioară are loc la înălțimea de $37^{\circ}19'55''$ și la 5h18m14s timp sideral. Corecția pendulei era de -3m19s. Care sunt coordonatele α și δ ale planetei, latitudinea observatorului fiind $\varphi = 43^{\circ}19'1''$? Corecția de refracție pentru datele problemei este de $1'3''$. (ONAA 2010)

36. Perioada sinodică a planetei Jupiter este 398,87 zile. În ce constelație se va afla Jupiter în ziua celei mai apropiate opoziții dacă la 1 ianuarie longitudinile heliocentrice ale Pământului și planetei Jupiter erau: $99^{\circ}55'$ respectiv $306^{\circ}55'$? (OJAA 2012)

37. Longitudinea ecliptică heliocentrică a planetei Venus era $260^{\circ}40'$ la 1 ianuarie, iar a Pământului era $99^{\circ}55'$. Se cunoaște că Venus are $a=0,72\text{UA}$. Să se determine: a) ziua elongației maxime estice a lui Venus; b) distanța dintre Venus și Pământ în acel moment; c) diametrul său aparent, știind că raza planetei este 6000 km.

38. În tabelul următor se dau pozițiile planetei Marte în raport cu stelele de pe bolta cerească, măsurate într-un interval de 6 luni. Să se traseze un grafic al latitudinii ecliptice în funcție de timp. Să se precizeze pe baza graficului:

- Între ce date are loc mișcarea retrogradă a planetei?

- Când ajunge Marte la mijlocul mișcării sale retrograde și în ce configurație se află în acel moment?

- Cât este deschiderea unghiulară, pe ecliptică, a mișcării sale retrograde?

Data	5.09	15.09	25.09	5.10	15.10	25.10	4.11	14.11	24.11	4.12
Longitudinea ecliptică	63°	67°	71°	74°	75°	74°	72°	70°	66°	62°

Data	14.12	24.12	3.01	13.01	23.01	2.02	12.02	22.02
Longitudinea ecliptică	59°	57°	57°	57°	60°	63°	67°	73°

39. Longitudinea Bucureștiului este 1h 44m23s. Calculează longitudinea față de Greenwich la care este situată o localitate în care, când în București timpul sideral este 2h30m, timpul sideral are valoarea 8h 45m.

VI. Legea atracției universale. Legile lui Kepler

1. Văzut de pe Pământ, diametrul unghiular al Soarelui este de $32'36,4''$ pe 3 ianuarie și de $31'31,8''$ pe 3 iulie. Determinați distanța față de Soare la periheliul și afeliul orbitei terestre, precum și excentricitatea acestei orbite. Se cunosc semi-axa mare a orbitei Pământului, $a = 149\,600\,000 \text{ km}$ și diametrul liniar al Soarelui, $D = 1\,396\,000 \text{ km}$.

2. La ce altitudine deasupra unui pol greutatea unui corp este aceeași ca și la ecuator pentru o planetă sferică de rază $R = 6400 \text{ km}$, densitate $\rho = 5,5 \text{ g/cm}^3$ și perioadă de rotație $T = 24\text{h}$?

($K = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$)

3. La ecuatorul unei planete corpurile cântăresc de 3 ori mai puțin decât la poli. Perioada rotației proprii a planetei este $T = 2\text{h}17\text{min}$. Aflați densitatea planetei.
4. Orbita unui asteroid din sistemul solar are semiaxa mare de 4 UA și distanța minimă față de Soare de 0,4 UA. Să se afle: excentricitatea orbitei, distanța față de Soare la afeliu și perioada siderală a asteroidului.
5. Perioada orbitală a planetei pitice Ceres este de 6 ani. Să se afle raza orbitei sale și viteza medie de revoluție în jurul Soarelui. Știind diametrul planetei Ceres, $D = 1000\text{ km}$, să se determine diametrul unghiular aparent, la opoziție.
6. Care dintre planetele Neptun și Pluto se apropie cel mai mult de Soare? Se cunosc: $a_N = 30,1\text{ UA}$; $e_N = 0,009$, $a_{\text{Pluto}} = 39,5\text{ UA}$, $e_{\text{Pluto}} = 0,250$.
7. Semiaxa mare a orbitei unui asteroid este de 1,568 UA și distanța la periheliu este 1,17 UA. Să se afle perioada siderală a asteroidului, distanța maximă la care poate ajunge față de Soare și excentricitatea orbitei sale. Să se determine viteza maximă și viteza minimă pe orbită.
8. Un satelit artificial al Pământului se rotește în plan ecuatorial, pe o orbită circulară cu o perioadă siderală de 4 ore. Calculați înălțimea satelitului față de suprafața Pământului. La ce latitudine trebuie să se afle un observator pentru a vedea acest satelit exact în direcția punctului cardinal sud?
9. Planetoidul Sedna se rotește în jurul Soarelui pe o orbită cu semiaxa mare egală cu 524 UA și excentricitatea $e = 0,832$. Să se afle distanța față de Soare și viteza la afeliu, distanța și viteza la periheliu, precum și perioada siderală a planetoidului.
10. Un satelit artificial al Soarelui, aflat pe o orbită circulară în jurul acestuia, are o perioadă siderală de 11,55 zile. Să se afle distanța față de centrul Soarelui la care se rotește satelitul, viteza unghiulară și liniară pe orbită. ($M_{\text{Soare}} = 2 \times 10^{30}\text{ kg}$, $K = 6,67 \times 10^{-11}\text{ Nm}^2/\text{kg}^2$)
11. O cometă are excentricitatea orbitei $e = 0,905$ și distanța la periheliu, $r_p = 0,976\text{ UA}$. Calculați semiaxa mare a orbitei, perioada orbitală, distanța la afeliu și vitezele extreme pe orbită.
12. Orbita unei comete are excentricitatea 0,995 și distanța la afeliu $5 \times 10^4\text{ UA}$. Se cer: a) distanța de la Soare la cometă când acesta se află la periheliu; b) perioada orbitală a cometei; c) valoarea pe care ar trebui să o aibă viteza cometei la afeliu astfel încât să poată evada din sistemul solar. (OJAA 2014)
13. Excentricitatea orbitei unei comete este $e = 0,9$ și perioada $T = 1000\text{ ani}$. Determinați elementele orbitale ale cometei (semiaxa mare a orbitei, distanța maximă și minimă față de centrul Soarelui, vitezele extreme pe orbită).
14. O cometă periodică are orbita eliptică. Distanța minimă față de Soare pe această traiectorie este $r_{\min} = 1\text{ UA}$, iar distanța maximă $r_{\max} = 9\text{ UA}$. Să se afle semiaxa mare a orbitei, excentricitatea și perioada siderală a cometei. Să se determine viteza de evadare din periheliul orbitei sale.
15. Aplicând legea a treia a lui Kepler generalizată, calculați de câte ori este mai mare masa Soarelui față de masa Pământului. Se cunosc: perioada siderală a Lunii $T_L = 27,3\text{ zile}$, masa Lunii exprimată în mase terestre, $M_L = M_P / 81,5$ și semiaxele orbitelor Lunii și Pământului $a_L = 384\,400\text{ km}$, $a_P = 1\text{ UA}$.
16. Raportul maselor Pământ – Lună este $M_P / M_L = 81,5$ iar distanța dintre centrele celor două corpuri cerești este de 384 400 km. Să se determine poziția centrului de masă al sistemului Pământ – Lună și vitezele celor două corpuri față de centrul lor de masă.

17. Cometa Halley are o perioadă orbitală de 76 ani și ajunge la afeliu la o distanță de 35,3 UA față de Soare. Cât de aproape ajunge de Soare la periheliu? Care este excentricitatea orbitei cometei Halley?

(ONAA 2006)

18. O planetă extrasolară cu masa egală cu cea a Pământului se rotește în jurul unei stele cu masa egală cu 4 mase solare, la o distanță de 1 UA. Care este perioada siderală a planetei?

19. O stea cu masa egală cu cea a Soarelui are o planetă care orbitează la distanța de 1 UA. Planeta are masa egală cu 2 mase terestre. Cât este perioada siderală a planetei?

20. O planetă extrasolară orbitează o stea de mărimea Soarelui, la o distanță medie de 112 milioane km, iar excentricitatea orbitei sale este 0,3. Care sunt distanțele la periastru și apoastru? Care este perioada siderală a planetei?

21. Dacă Pământul ar avea încă un satelit natural de mărimea Lunii, aflat la o distanță de 2 ori mai mare decât raza orbitală a Lunii, care ar fi perioada siderală a acestuia?

22. Un satelit artificial al Lunii, aflat pe o orbită eliptică, are o perioadă orbitală de 2h 20min. Înălțimile minimă și maximă la care ajunge satelitul față de suprafața lunară sunt de 80 km, respectiv, 600 km. Să se calculeze semiaxa mare a traiectoriei satelitului, excentricitatea orbitei sale și raportul dintre masa Pământului și masa Lunii. Se dau: raza Lunii $R_L = 1738\text{km}$, distanța Pământ-Lună $d = 384\,400\text{km}$ și perioada siderală a Lunii $T_L = 27,3$ zile.

23. Calculați masa fiecărei planete din datele despre sateliți, pe care le găsiți în tabelul de mai jos:

Planeta	Satelitul	Semiaxa mare (in km)	Perioada (in zile)	Masa planetei (în mase terestre)	Masa planetei (în S.I.)
Marte	Deimos	23 500	1,262		
Jupiter	Europa	671 400	3,551		
Saturn	Dione	377 700	2,737		
Uranus	Ariel	191 800	2,520		
Neptun	Triton	353 600	5,877		

Masele sateliților se pot neglija, în comparație cu masele planetelor. Masa Soarelui este (aproximativ) $M_{\text{Soare}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$, masa Pământului este $M_P = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, masa Lunii, $M_L = 12,27 \times 10^{-3} M_P$, perioada siderală a Lunii, $T_L = 27,3$ zile. Constanta atracției universale este $K = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

24. Un satelit artificial al planetei Venus ajunge față de suprafața planetei, la înălțimea minimă de 696km și la înălțimea maximă de 2 601km. Perioada orbitală a satelitului este de 104 minute. Aflați raza planetei Venus. Se dau: $a_V = 0,723\text{UA}$, $T_V = 0,615\text{ani}$, raportul dintre masa Soarelui și cea a planetei Venus egal cu 403 500.

25. “Sputnik”, primul satelit artificial al Pământului, lansat în 1957, avea orbita la o altitudine de 800 km față de suprafața Pământului. Estimați perioada sa siderală. În ce interval maxim de timp traversa satelitul bolta cerească pentru un observator aflat pe suprafața Pământului?

26. Un satelit artificial al Pământului a fost lansat pe o orbită eliptică, având altitudinea de 210 km la perigeu și de 348 km la apogeu. Care este perioada de revoluție a satelitului? Se dau: masa Pământului, $M_P = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, raza Pământului $R_P = 6\,371\text{km}$, constanta atracției universale $K = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

27. Satelitul Titania al planetei Uranus se vede de pe Pământ la o distanță unghiulară de $0,5'$ față de centrul planetei Uranus. Satelitul Ariel orbitează la o distanță de 3 ori mai mică. Să se afle:

- a) perioadele siderale ale celor doi sateliți;
- b) diametrul unghiular al Soarelui, văzut de pe suprafața lui Ariel;
- c) perioada după care cei doi sateliți se găsesc aliniați, de aceeași parte a planetei.

Se dau: distanța Soare-Uranus $d = 20 \text{ UA}$, masa planetei Uranus $M_U = 14,5 M_P$, diametrul Soarelui $D_{\text{Soare}} = 1\,392\,000 \text{ km}$, $M_{\text{Lună}} = M_{\text{Pământ}} / 81,5$, $T_{\text{Lună}} = 27,3 \text{ zile}$, $a_{\text{Lună}} = 384\,400 \text{ km}$.

28. Un satelit artificial al planetei Marte are excentricitatea traiectoriei de $0,25$ și perioada orbitală de $2 \text{ h } 40 \text{ min}$. Să se afle înălțimea maximă și minimă la care ajunge satelitul față de suprafața planetei.

Se cunosc: $M_{\text{Marte}} = 0,107 M_P$ și raza planetei $R_{\text{Marte}} = 3400 \text{ km}$.

29. Să se afle raza orbitei și înălțimea față de suprafața Pământului a unui satelit geostaționar (care rămâne permanent deasupra unui punct fix de pe Pământ, deasupra Ecuatorului) Cât este suprafața totală de pe Pământ (în procente) de pe care nu pot fi văzuți sateliții geostaționari ?

30. Două planete orbitează în jurul unei stele de mărimea Soarelui, una la 2 UA iar cealaltă la 5 UA . Aflați perioadele siderale și perioada sinodică a planetei 2 față de planeta 1. Ce valoare are perioada sinodică a planetei 1, văzută de pe planeta 2? Ce valori au perioadele sinodice ale planetelor 1 și 2, observate de pe o planetă 3 care orbitează la o distanță de 10 UA față de steaua centrală?

31. Elongația maximă la care ajunge planeta Mercur față de centrul Soarelui este de 23° . Cât este semiaxa mare a orbitei planetei Mercur, perioada sa siderală și sinodică?

32. Distanța medie de la Lună la Pământ este de 384.400 km , iar de la satelitul Io până la planeta Jupiter este de 421.600 km . Știind că masa lui Jupiter este de aproximativ 318 ori mai mare decât masa Pământului stabiliți pentru care dintre sateliți perioada de revoluție este mai mare? Masa Lunii este $7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$, masa lui Io $8,95 \times 10^{22} \text{ kg}$, iar masa Pământului $5,976 \times 10^{24} \text{ kg}$.

33. Un asteroid efectuează o rotație completă în jurul Soarelui în $12\,000$ ani și ajunge la o distanță maximă față de Soare de 960 UA . În momentul descoperirii (2004) se afla la distanța de 90 UA față de Soare. Să se calculeze: a) semiaxa mare a orbitei, excentricitatea și distanța minimă față de Soare; b) viteza asteroidului în momentul descoperirii; c) În ce an se va găsi la periheliul orbitei sale, știind că, în 2004, se apropia de Soare?

34. Să se calculeze raportul dintre viteza planetei Pluto ($e_{\text{Pluto}} = 0,247$) la periheliu și viteza sa la afeliu. Cât este acest raport pentru planeta Pământ? ($e_P = 0,0167$)

35. Stația Spațială Internațională orbitează ca un satelit în jurul planetei noastre la o altitudine de 300 km față de suprafața Pământului. Care este perioada ei orbitală? Ce valoare are accelerația gravitațională terestră la nivelul stației? Care este intervalul maxim de timp în care stația poate fi văzută dintr-un anumit loc de pe suprafața Pământului?

36. Care este intervalul de timp, exprimat în ore solare marțiene, între două culminații consecutive ale lui Phobos, observate de pe Marte? Perioada de rotație a lui Marte în jurul axei proprii este de $24 \text{ h } 34 \text{ min}$ (solare medii). Perioada siderală a lui Phobos este de $7 \text{ h } 39 \text{ min}$ (solare medii).

37. Marte face o rotație completă în jurul Soarelui în 687 zile. Care este intervalul de timp dintre două elongații maxime orientale consecutive ale Pământului văzut de pe Marte? În ce parte a cerului și cât timp va fi vizibil Pământul la elongație maximă occidentală? $A_M = 1,52 \text{ UA}$ (OJAA 2011)

38. În jurul unei stele asemănătoare cu Soarele se rotește o planetă cu densitatea egală cu densitatea Pământului și cu o suprafață totală egală cu suprafața țării noastre ($S = 237\,600\text{ km}^2$). Să se determine accelerația gravitațională la suprafața planetei și perioada sa siderală, știind semiaxa mare a orbitei, $a = 100\text{UA}$.

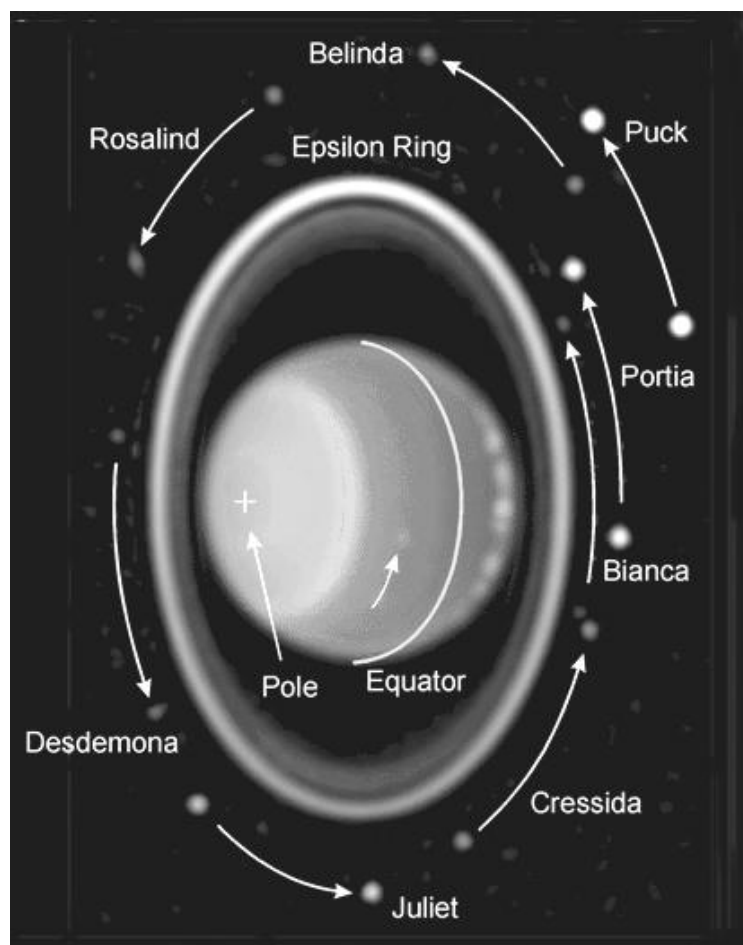
39. În raport cu centrul Pământului, traiectoria centrului Lunii este un cerc cu raza $r_L = 2,57 \times 10^{-3}\text{ UA}$.

În raport cu centrul Soarelui, traiectoria centrului Pământului este un cerc cu raza $r_P = 1\text{ UA}$. Ca urmare, traiectoria centrului Lunii, în raport cu centrul Soarelui, este mult mai complicată.

Să se determine razele de curbură ale traiectoriei centrului Lunii, în pozițiile corespunzătoare fazelor:

1) Lună Plină; 2) Lună Nouă. Să se localizeze centrele de curbură ale traiectoriei centrului Lunii în cele două cazuri, în raport cu centrul Soarelui. Se cunoaște raportul maselor $M_S / M_P = 334\,000$.

40. În imagine apare Uranus cu câțiva dintre sateliții săi. Este pusă în evidență deplasarea fiecărui satelit în interval de 90 min. Presupunem că sateliții au orbite circulare, aflate în planul ecuatorial al planetei. Folosind riglă, compas și raportor, să se determine viteza unghiulară, perioada siderală și raza orbitei fiecărui satelit. Din aceste date, să se estimeze masa planetei Uranus și raza inelului Epsilon al planetei.



41. Nemesis. (ONAA 2016)

În jurul anului 1980 s-a emis ipoteza că Soarele are un companion a cărui excentricitate este foarte mare și deci este greu de depistat. Acest companion ar putea fi responsabil de perturbații produse în *norul lui Oort*, astfel încât să „arunce” corpuri spre Soare, care să devină apoi comete. Companionul a fost denumit *Nemesis*, ca o aluzie la posibila „stea a morții”, care a determinat dispariția dinozaurilor de pe Pământ, în urmă cu 65 milioane de ani. Pe orbita sa eliptică alungită, Nemesis are: la afeliu, $r_{\max} = 160\,000\text{ UA}$, la periheliu, $r_{\min} = 0,5\text{ UA}$;

Să se calculeze: a) valoarea aproximativă a perioadei de revoluție a lui Nemesis;

b) excentricitatea orbitei lui Nemesis;

c) parametrii a și b ai elipsei lui Nemesis. Se dau $M_{\text{Soare}} = 1,991 \cdot 10^{30}\text{ kg}$, $K = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

VII. Mișcări în câmp gravitațional

1. Se cunoaște faptul că Luna se află la distanța medie de 384 400 km de Pământ și efectuează o rotație completă în 27 zile 7 h 43 min 11,5 s. Să se determine accelerația centripetă a Lunii pe traiectoria sa, considerată circulară, în jurul Pământului. Să se compare valoarea obținută cu valoarea accelerației gravitaționale produse de Pământ la nivelul orbitei lunare. Ce observați? Cum explicați?
2. Două roci, fiecare cu masa de câte 100 kg orbitează în jurul centrului comun de masă, în spațiul cosmic, departe de alte influențe gravitaționale. Distanța dintre centrele lor este de 10 m. Cât este forța de atracție dintre cele două roci? Dar perioada orbitală a mișcării lor?
3. Să presupunem că un sistem planetar este descoperit în jurul altei stele. Se consideră că toate planetele din acest sistem au aceeași densitate $\rho = 5,5 \text{ g/cm}^3$, egală cu a Pământului. Să presupunem că o planetă are raza R_1 , de două ori mai mică decât raza Pământului, iar o altă planetă are raza R_2 , de două ori mai mare. Calculați accelerația gravitațională la suprafețele acestor planete.
4. Cometa Austin (observată în 1982) se deplasa pe o orbită parabolică, în câmpul gravitațional al Soarelui. Să se calculeze viteza atinsă de cometă la distanța minimă față de Soare, de 1,1 UA.
5. Ce este mai ușor (cu consum mai mic de energie) : să se trimită o sondă spațială către Soare sau să se trimită o sondă spațială în afara Sistemului Solar?
6. Să se determine accelerația căderii libere la suprafața unei planete cu raza mai mare decât cea a Pământului de m ori și cu densitatea medie mai mare decât cea a planetei noastre de n ori.
7. A) Să se calculeze densitatea medie a Soarelui cunoscând diametrul său unghiular ($32'$), semiaxa orbitei Pământului ($149,6 \times 10^6 \text{ km}$) și durata anului tropic ($365,25 \text{ zile}$).
B) Asteroidul Eros evoluează pe o orbită eliptică în jurul Soarelui, ajungând la distanța maximă de Soare $r_1 = 1,8078 \text{ UA}$ și la distanța minimă $r_2 = 1,1084 \text{ UA}$. Să se afle vitezele minimă și maximă atinse de asteroid.
8. Viteza radială aparentă a stelei Regulus variază într-un an de la $v_1 = -27 \text{ km/s}$ la $v_2 = +33 \text{ km/s}$. Steaua se află pe ecliptică. A) Să se determine constanta atracției universale, K . Masa Soarelui este $M_\odot = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$.
B) Cât este deplasarea maximă a liniei spectrale $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$ în spectrul stelei?
9. O navă spațială orbitează în jurul unei stele neutronice, la distanța de 406 km față de centrul stelei. Perioada orbitală a navei are aceeași valoare cu perioada de rotație a stelei în jurul axei sale, de 0,1993 s.
a) Să se afle masa stelei și accelerația gravitațională produsă la nivelul navei.
b) Care este efectul gravitațional asupra unui astronaut cu înălțimea de 175 cm atunci când acesta stă cu picioarele îndreptate către stea? Dar dacă este așezat tangențial față de traiectoria navei?
10. O planetă extrasolară a fost descoperită lângă o stea similară cu Soarele. S-a determinat masa planetei, $M = 5,97 \times 10^{25} \text{ kg}$ și raza planetei, $R = 12\,800 \text{ km}$. Să se afle dacă este planetă telurică (solidă) sau planetă gazoasă.
11. În 2005 s-a descoperit o planetă extrasolară care orbitează o stea pitică brună din constelația Hidra, aflată la 230 a.l. depărtare de noi. Masa planetei este de 5 ori mai mare decât cea a lui Jupiter. Considerând că planeta are aceeași densitate cu cea a lui Jupiter, ($\rho_J = 1,33 \text{ g/cm}^3$), să se afle raza planetei și să se determine diametrul unghiular al planetei, văzută de pe Pământ. ($R_J = 71\,490 \text{ km}$)

12. a) Considerând că partea din gheață a fiecărui satelit are densitatea 1g/cm^3 iar partea de rocă are densitatea $3,8\text{g/cm}^3$, să se afle raza nucleului și grosimea stratului de gheață a sateliților din tabel.

Nume	Densitate medie (g/cm^3)	Volum total (km^3)	Volum rocă (km^3)	Raza de nucleului de rocă (km)	Grosimea de stratului de gheață (km)	% gheață
Europa	3,01	1,62E+10				
Ganymede	1,94	7,63E+10				
Callisto	1,86	5,81E+10				
Miranda	1,15	5,49E+ 7	0,29E+7	89	147	94,7%

b) Să se determine masa totală a fiecărui satelit, exprimată în kg și în mase lunare. ($M_L = 7,36 \times 10^{22}\text{ kg}$)

13. Observând cerul pe 18 noiembrie, ora 4 a.m., un astronom amator vede un meteor din curentul Leonide, având o viteză unghiulară de $\omega = 0,0009$, aflat la distanța $r = 80\,500\text{ m}$ de observator și la distanța unghiulară $\Psi = 14,2^0$ față de radiant. Determinați viteza liniară a meteorului.(OJAA 2007)

14. O stație spațială cu masa $\mathcal{M}$ evoluează, având cuplat un satelit cu masa m , pe o orbită circulară cu raza 2 R în jurul Pământului. (R este raza Pământului) La un anumit moment, satelitul este catapultat de pe stație pe direcția tangentei la orbită, în sensul mișcării, satelitul continuându-și apoi mișcarea pe o orbită eliptică cu apogeul la distanța 10 R față de centrul Pământului. Să se calculeze valoarea raportului $m / \mathcal{M}$ astfel încât satelitul să întâlnească stația după o rotație a sa în jurul Pământului, timp în care stația se rotește pe noua sa orbită de 8 ori . (ONAA 2012)

15. Un satelit artificial se rotește în jurul Pământului pe o orbită circulară cu raza R_0 . El trebuie transferat pe altă orbită circulară: a) cu raza $3R_0$; b) cu raza $\frac{1}{2}R_0$. Pentru aceste manevre sunt permise modificări (corecții) numai ale modulului vitezei satelitului, fără modificarea orientării vectorului viteză. Să se determine corecțiile necesare ale modulului vitezei, precum și durata realizării transferului, în fiecare caz.

16. Pilotul unei nave cosmice (considerată punct material), observă un asteroid sferic cu raza R , atunci când, în zbor cu viteza v_0 pe direcția centrului asteroidului, distanța dintre navă și suprafața asteroidului este L . Imediat cosmonautul acționează, pentru un timp extrem de scurt (neglijabil), unul din motoarele cu reacție, existent pe una din părțile laterale ale navei, care realizează o variație Δv a vitezei navei, al cărei modul, Δv , este limitat de puterea motorului. Să se stabilească orientarea optimă ce trebuie să i se asigure vectorului Δv și să se determine Δv astfel încât, realizându-se această orientare optimă, să poată fi evitată coliziunea navei cu asteroidul. Viteza asteroidului este neglijabilă față de viteza navei.(ONAA 2009)

17. O navă cosmică este plasată pe o orbită în jurul Pământului, la înălțimea de 230 km deasupra suprafeței Pământului, pentru a fi lansată către Lună. La momentul pornirii, vectorul viteză este perpendicular pe raza vectoare geocentrică, fiind situat în planul orbitei Lunii. Cu ce viteză trebuie lansată nava și în cât timp va ajunge la orbita Lunii? Se neglijează influența gravitațională a Lunii.

18. Calculați prima viteză cosmică pentru planeta Jupiter, știind că satelitul Ganimede se rotește pe o orbită de rază $r = 10^6\text{ km}$ cu perioada $T = 7,15\text{ zile}$. Raza planetei Jupiter este $R = 71,5 \times 10^3\text{ km}$.

19. Pentru a afla prima viteză cosmică, se lansează un satelit în jurul Pământului pe o orbită circulară de rază $r = nR$, unde R este raza Pământului, cu o viteză $v = 3,95\text{ Km/s}$. Cunoscând valoarea lui $n = 4$, determinați valoarea primei viteze cosmice. (ONAA 2012)

20. O planetă cu masa m orbitează în jurul unei stele cu masa M , la distanța a . Distanța dintre centrul stelei și centrul gravitațional al sistemului este a' . Să se arate că este valabilă ecuația : $M \times P^2 = a^2 \times (a - a')$, unde P este perioada orbitală (în ani), distanțele sunt exprimate în UA și masa M , în mase solare.
21. Un meteorit în cădere liberă spre Lună (de-a lungul liniei care trece prin centrul Lunii), se ciocnește cu o sondă spațială care se deplasa în jurul Lunii pe o orbită circulară cu raza R . După impactul cu meteoritul, acesta rămânând încorporat în sonda spațială, sistemul evoluează în jurul Lunii pe o nouă orbită, astfel încât distanța minimă față de centrul Lunii este $r_{\min} = R/2$. Să se determine viteza meteoritului înainte de ciocnirea cu stația orbitală. Se dau: masa Lunii, M_L , constanta atracției universale, K , masa stației orbitale, M , masa meteoritului, m .
22. O rachetă se rotește în jurul Pământului pe o orbită circulară cu perioada $T_1 = 88,8$ minute. Prin utilizarea dispozitivelor de manevră ale rachetei, traiectoria acesteia este modificată într-o nouă orbită circulară, caracterizată prin perioada $T_2 = 89,6$ minute. Să se determine:
- Variația înălțimii rachetei față de Pământ, după corecția orbitei ;
 - Raportul vitezelor rachetei în cele două situații. Se dau: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $R = 6370 \text{ km}$. (ONAA 2012)
23. Estimează raza unei planete pe care un om, doar sărind vertical, ar putea să scape din câmpul gravitațional al acesteia. Se presupune că densitatea planetei este aceeași cu cea a Pământului. (OIAA 2009)
24. Calculează densitatea medie a unei găuri negre supermasive având masa totală de $1 \times 10^8 \mathcal{M}_\odot$ în interiorul razei Schwarzschild. ($\mathcal{M}_\odot = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$). Compară cu densitatea unei găuri negre formate din materia Soarelui, apoi cu densitatea uneia formate dintr-o stea cu masa $1 \times 10^2 \mathcal{M}_\odot$.
25. Aflați perioada minimă de revoluție a unui satelit în jurul unei stele neutronice de densitate $\rho = 10^{17} \text{ kg/m}^3$. Se dă constanta atracției gravitaționale, $K = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.
26. a) Să se afle deplasarea unghiulară zilnică aparentă retrogradă a unei planete exterioare aflată la opoziție. Se va considera orbita planetei circulară. (exemplu: Saturn, $T = 29,5$ ani)
- Pluto a fost descoperit în 1930 pe două plăci fotografice expuse la o diferență de 6 zile, în timpul opoziției planetei. Pe aceste plăci un grad corespunde la 3 cm. Cât de mult s-a deplasat Pluto pe orbita sa, între cele două expuneri ? ($T_{\text{pluto}} = 248$ ani)
 - Cât de mult s-ar deplasa pe o asemenea placă fotografică imaginea unui asteroid din Centura Principală, în același interval de timp? ($T_{\text{asteroid}} = 6$ ani)
27. Un asteroid descoperit în anul 2008, are orbita în planul eclipticii, semiaxa sa mare fiind de 3 UA, iar semiaxa mică, de 2,4 UA. Asteroidul este observat în 1 ianuarie 2009, exact atunci când trece prin periheliu. În acel moment elongația sa este de 15° , el putând fi observat dimineața, înainte de răsăritul Soarelui. Asteroidul este observat din nou în același an, dar elongația sa este acum 75° și poate fi observat seara, după apusul Soarelui.
- Care este perioada sinodică a asteroidului?
 - Care este data celei de a doua observații?
 - Datorită excentricității orbitei, magnitudinea asteroidului la opoziție se schimbă de la o perioadă sinodică la alta. Care este diferența dintre valorile minimă și maximă posibile ale magnitudinii asteroidului, în momentul opoziției? (ONAA 2009)
28. . O navă cosmică se mișcă pe o orbită circulară în jurul Soarelui, raza orbitei sale fiind de 1 UA. Cu cât trebuie să crească viteza pentru ca nava să ajungă la planeta Neptun? ($a_N = 29 \text{ UA}$) În cât timp ar putea ajunge nava la planeta Neptun?
29. Presupunem că Soarele colapsează gravitațional într-un pulsar cu raza de 20 km.
- Care ar fi valoarea densității medii a materiei pulsarului?
 - Care ar fi perioada de rotație a pulsarului?

30. Masa unui pulsar este de 1,5 mase solare, raza de 10 km și perioada de rotație de 0,033 s.

a) Care este momentul cinetic al pulsarului?

b) Se observă o variație periodică a radiației, produsă de oscilațiile radiale (“starquakes”), cu perioada 0,0003 s. Ce amplitudine are această oscilație radială?

31. Cometa Ikeia-Seki a trecut la distanța minimă de Soare de $8,3 \times 10^{-3}$ UA, cu o viteză $v = 480$ km/s. Să se determine parametrii orbitei sale. ($M_{\odot} = 2 \times 10^{30}$ kg)

32. Asteroidul Icarus are semiaxa mare a orbitei de 1,078 UA și excentricitatea $e = 0,826$. Să se determine distanța minimă și maximă față de Soare, viteza de evadare din periheliu și perioada siderală.

33. Satelitul artificial “Copernic”, lansat în 1973, avea perioada siderală de 102 min și viteza la periheliul orbitei sale, de 8,15 km/s. Aflați la ce distanță minimă și maximă ajungea satelitul față de suprafața Pământului.

34. Un aparat de zbor este dotat cu un panou solar având aria suprafeței $S = 1$ km². Panoul se deschide atunci când aparatul se află pe orbita Pământului, la distanța $r = 1,5 \times 10^8$ km. Presiunea inițială a radiației solare asupra panoului este $p_0 = 10^5$ Pa. Panoul solar este orientat permanent perpendicular pe direcția razelor solare. Să se determine masa aparatului astfel încât: a) aparatul să părăsească Sistemul solar;

b) aparatul să ajungă la orbita planetei Marte, $r_M = 2,3 \times 10^8$ km.

Se cunoaște $K_{M_{\text{Soare}}} = 1,3 \times 10^{11}$ km³/s².

(ONAA 2013)

35. Două stânci, A și B, de pe suprafața Lunii, sunt dispuse în așa fel încât distanțele de la ele la centrul Soarelui sunt cea mai mare distanță posibilă și respectiv, cea mai mică distanță posibilă dintre mulțimea punctelor de pe suprafața Lunii și centrul Soarelui. A) Să se determine vitezele celor două stânci în raport cu centrul Soarelui; ($R_L = 1740$ km, $T_L = 27,3$ zile, $r_{LP} = 384000$ km, $r_{PS} = 150 \times 10^6$ km, $T_P = 365$ zile)

b) Un meteorit “rătăcit”, în repaus față de Soare, este lovit și captat de stânca A de pe suprafața Lunii. Impactul dintre meteorit și stânca A determină topirea meteoritului și a stâncii. Să se determine raportul dintre masele celor două corpuri m_2/m_1 . Pentru stâncă și meteorit, care au structuri identice pe bază de siliciu, se cunosc: căldurile specifice, $c = 860$ J/kgK, temperaturile de topire $T = 1500$ K, căldurile latente de topire, $\lambda = 1300$ kJ/kg, temperaturile înainte de impact, $T_0 = 18$ K. Sistemul meteorit – stâncă se consideră izolat. (ONAA 2008)

36. Astronomii coreeni și-au lansat primul satelit artificial, pentru a transmite cântece patriotice în Sistemul Solar. Pentru o mai bună receptare a cântecelor, satelitul se rotește în jurul Pământului pe o orbită eliptică, aflată în planul eclipticii. Urmărind traseul satelitului, cercetătorii au descoperit un lucru interesant: când satelitul se află la perigeul orbitei sale, distanța sa față de Pământ este aceeași cu distanța medie între Io și Jupiter (421600 km). Neținând cont de influența Lunii, determinați maximul excentricității posibile a orbitei satelitului. (Indicație: punctul Lagrange este la distanța $r = r_{PS} \sqrt[3]{\frac{M_P}{3M_S}}$.)

37. Sonda spațială Cassini a înregistrat, în 2005, un “dans” aparte a doi sateliți ai lui Saturn, Janus și Epimetheus. Când au fost observați, Epimetheus era pe o orbită mai apropiată de Saturn decât Janus.

După un interval de timp Δt , cei doi sateliți își modifică orbitele, Janus devenind satelitul cu orbita mai apropiată de Saturn. Considerând orbitele celor doi sateliți circulare și situate în planul ecuatorial al lui Saturn, determinați la ce interval de timp s-ar ciocni sateliții, dacă nu s-ar produce acest “dans” al orbitelor lor și explicați fenomenul. Se cunosc: raza orbitei satelitului Janus, $R_1 = 151\,460$ km, raza orbitei satelitului Epimetheus, $R_2 = 151\,410$ km, masele celor doi sateliți, $m_1 = 1,9 \times 10^{18}$ kg și respectiv $m_2 = 0,53 \times 10^{18}$ kg, masa lui Saturn, $M = 5,7 \times 10^{26}$ kg.

38. În anul MMMXXXLLL din viitor, omenirea a învățat să creeze găuri negre din asteroizi, pentru a elimina pericolul iminent de ciocnire a Pământului cu un asteroid. Care ar fi diametrul unei astfel de găuri negre, creată dintr-un asteroid cu masa de $9 \times 10^{22} \text{ kg}$? Cu ce procent se modifică energia unui foton provenit de la o stea ocultată de gaura neagră? Indicație: Energia unui foton are formula $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, efectul

Einstein are formula $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{KM}{c^2 R}$, h fiind constanta lui Planck.

39. Departe de suprafața Pământului, pe orbite circulare situate în același plan, evoluează doi sateliți.

Perioada de rotație a primului satelit este de două ori mai mică decât perioada celui de-al doilea satelit.

La un moment dat, cei doi sateliți se află deasupra aceluiași punct de pe suprafața Pământului, distanța dintre sateliți (D) fiind minimă, iar după un anumit timp, distanța dintre sateliți devine maximă.

a) Să se determine raportul $D_{\max} / D_{\min}$.

b) După cât timp distanța dintre cei doi sateliți devine maximă? Perioada orbitală a primului satelit este T_0 .

40. Un satelit se rotește în jurul Pământului pe o orbită circulară cu raza $R = 93\,600 \text{ km}$. Ca rezultat al acționării, pentru scurt timp, a dispozitivului de frânare, viteza satelitului scade, astfel încât el începe să se deplaseze pe o orbită eliptică, tangentă la suprafața Pământului. După cât timp, considerat din momentul frânării, satelitul atinge Pământul? Care este excentricitatea orbitei? Se cunosc: raza Pământului, $R_p = 6400 \text{ km}$, accelerația gravitațională terestră la sol, $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$, și se neglijează frecările cu aerul din atmosferă.

41. O navă cosmică se află la distanța $h = 20\,000 \text{ km}$ față de suprafața Pământului și are o viteză $v_1 = 6 \text{ km/s}$, orientată în sens opus față de direcția spre centrul Pământului. Motoarele navei nu mai funcționează. Să se precizeze dacă nava va cădea înapoi, pe Pământ, sau dacă va zbura în spațiul cosmic. Se neglijează alte interacțiuni gravitaționale în afară de cea a Pământului. Ce s-ar întâmpla dacă în aceleași condiții, nava ar avea viteza $v_2 = 5 \text{ km/s}$? Dar $v_3 = 4 \text{ km/s}$? Se cunosc: $R_p = 6400 \text{ km}$ și $g_p = 9,8 \text{ m/s}^2$

42. O navă cosmică se apropie de Lună pe o orbită parabolică, având Luna în focarul parabolei. În momentul apropierei maxime de suprafața Lunii, când parabola este aproape tangentă la suprafața Lunii, se conectează pentru scurt timp un motor reactiv de frânare, iar nava cosmică își continuă mișcarea pe o orbită circulară foarte joasă, devenind satelit al Lunii. Să se determine variația vitezei navei, Δv . Se dau: $R_L = 1738 \text{ km}$, $g_L = 1,63 \text{ m/s}^2$

43. Să se demonstreze că viteza unui corp într-un punct oarecare al orbitei sale eliptice se poate calcula cu formula: $v = \sqrt{KM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$, iar energia mecanică totală a corpului are formula: $E = - \frac{kMm}{2a}$.

44. În jurul stelei 51 Pegasi, care are masa egală cu 1,06 mase solare, orbitează o planetă cu perioada siderală de 4,23 zile. Cât este semiaxa mare a orbitei sale? O deplasare periodică a liniilor spectrale ale stelei (efect Doppler) indică faptul că steaua are o viteză de 57 km/s față de centrul de masă al sistemului stea – planetă. Calculați masa planetei.

45. Distanța până la steaua Barnard este de $1,83 \text{ pc}$ și masa acestei stele este $0,135 \mathcal{M}_{\text{Soare}}$. Se presupune că micile oscilații observate în mișcarea sa proprie (de $0,026''$ la fiecare 25 ani) sunt produse de o planetă care orbitează în jurul stelei. Aflați masa și raza orbitei acestei planete. ($\mathcal{M}_{\text{Soare}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$)

46. În jurul unei galaxii masive orbitează o altă galaxie. Perioada orbitală a mișcării galaxiei este de 50 de miliarde de ani, iar distanța medie dintre ele este de $0,5$ milioane de pc. Aflați suma maselor galaxiilor, exprimată în mase solare.

47. Misiunea Kepler a descoperit un sistem planetar, YRS, iar următorul tabel conține informații despre acesta. Găsiți o formulă empirică prin care să exprimați semiaxa mare a orbitelor planetelor. Exprimați semiaxa mare a unei planete dispărute. Determinați masa steii centrale, exprimată în mase solare.

Planeta	Semiaxa mare (UA)	Perioada siderală (ani)	Masa (mase terestre)
A	1,10	1,63	0,165
B	1,90	3,70	0,815
C	3,50	9,26	1,500
D	6,70	24,53	0,207
E	25,80	185,33	419,000

48. Astronomul francez Edouard Roche a calculat pentru prima dată în 1848 această limită, atunci când a presupus că astfel s-au format inelele planetei Saturn. Roche a presupus că există o limită pentru care o cometă nu se va sfărâma, dacă forțele mareice produse de planetă nu vor învinge forța gravitațională internă a cometei. Putem calcula această distanță limită R față de centrul planetei Saturn pentru un corp care se află în câmpul gravitațional al planetei. Presupunem corpul format din două mici corpuri sferice de masă m și rază r . Diferența de gravitație (forța mareică) ce afectează sferele de către planetă este:

$\Delta F = KMm \left[\frac{1}{(R-r)^2} - \frac{1}{(R+r)^2} \right]$. Pentru $R \gg r$, $\Delta F = KMm \frac{4r}{R^3}$. Forța gravitațională dintre cele două sfere este $F' = \frac{Km^2}{4r^2}$. Atunci când $\Delta F > F'$, corpul este dezmembrat. La limita Roche $\Delta F = F'$, rezultă

$R = \sqrt[3]{\frac{M \cdot 16r^3}{m}}$. Știind că masa planetei Saturn este $M = 5,7 \cdot 10^{26}$ kg și considerând densitatea corpului

$\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ (gheață), $\rho = \frac{6m}{4\pi \cdot 8r^3}$, rezultă $R = 84567 \text{ km}$. Inelul C are limita inferioară la o distanță de centrul planetei egală cu R .

Determinați raza limită Roche pentru celelalte planete gazease ale Sistemului Solar și comparați cu distanțele la care orbitează cei mai apropiați sateliți.

49. Satelitul Phobos al planetei Marte se apropie de planetă cu circa 1,8 m/secol și ar trebui să cadă la un moment dat pe suprafața planetei. El ar putea forma, însă, și un inel asemănător inelelor planetelor Saturn, Jupiter, etc. Care ar fi limita razei Roche în această situație, dacă satelitul, considerat rigid, cu factorul numeric Roche 1,25, ar avea densitatea aproximativ egală cu densitatea planetei Marte, de rază 3393 km ?

(OJAA 2017)

50. Durata anului sideral T , distanța Pământ-Soare d și unghiul sub care se vede de pe Pământ discul solar este α (diametrul unghiular al Soarelui). Să se determine, în funcție de aceste mărimi:

a) densitatea materiei solare; b) accelerația gravitațională de cădere liberă la suprafața Soarelui. (OJAA 2014)

51. În anul 2014 o navă spațială cu misiunea colonizării spațiului cosmic ajunge în vecinătatea unei stele identice cu Soarele și sintetizează dintr-un material cu densitatea egală cu densitatea Pământului o planetă sferică – planeta NOAA, pe care o plasează pe o traiectorie circulară în jurul noului Soare. Suprafața totală a planetei este egală cu suprafața României ($S = 237\,600 \text{ km}^2$).

A. Calculează accelerația gravitațională la suprafața planetei NOAA.

B. Pentru plasarea pe orbită a planetei NOAA se procedează în felul următor. Se aduce planeta la distanța $r = 100 \text{ UA}$ față de centrul noului Soare, după care se imprimă planetei o viteză v_0 perpendicular pe raza noii orbite. Calculează valoarea vitezei v_0 și perioada de revoluție a planetei. (ONAA 2014)

52. Satelitul Explorer 35, lansat în 1967, s-a aflat câțiva ani pe o orbită circumlunară cu scopul de a studia radiațiile cosmice și proprietățile magnetice ale Lunii. Coordonatele de poziție ale satelitului la intervale de 15 min, față de centrul Lunii (x și y în unități de raze lunare) sunt date în tabelul de mai jos.

a) Să se determine semiaxele orbitei satelitului, reprezentând grafic traiectoria pe hârtie milimetrică;

- b) Să se determine masa Lunii folosind datele din tabel; ($R_L = 1738\text{km}$, $K=6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$)
c) Să se indice cauzele principale ale erorilor determinării masei lunare.

Moment de timp	x	y	Moment de timp	x	y	Moment de timp	x	y
1	-3,62	1,04	17	1,82	2,81	33	-2,37	4,77
2	-3,46	0,63	18	1,61	3,22	34	-2,59	4,65
3	-3,25	0,20	19	1,37	3,59	35	-2,80	4,50
4	-2,97	-0,22	20	1,11	3,90	36	-2,99	4,33
5	-2,60	-0,65	21	0,85	4,16	37	-3,17	4,14
6	-2,14	-1,03	22	0,58	4,40	38	-3,33	3,93
7	-1,55	-1,37	23	0,28	4,58	39	-3,49	3,69
8	-0,85	-1,58	24	0,00	4,74	40	-3,59	3,42
9	-0,03	-1,59	25	-0,27	4,86	41	-3,69	3,15
10	0,78	-1,32	26	-0,56	4,95	42	-3,77	2,85
11	1,45	-0,79	27	-0,84	5,01	43	-3,81	2,52
12	1,87	-0,11	28	-1,12	5,03	44	-3,83	2,20
13	2,09	0,58	29	-1,38	5,04	45	-3,81	1,83
14	2,16	1,22	30	-1,64	5,00	46	-3,76	1,46
15	2,11	1,82	31	-1,89	4,95	47	-3,65	1,06

53. Cercetătorii descoperă, la distanță foarte mare de Pământ, un asteroid perfect sferic de dimensiuni foarte mari – raza R . Pentru a-l studia, se trimite către asteroid o navetă spațială. Ajunsă în vecinătatea asteroidului, la distanța L față de centrul acestuia, naveta spațială are viteza v_0 orientată pe direcția centrului asteroidului. Tu ești pilotul navei spațiale și ai misiunea de a plasa pe suprafața acestuia o sondă. Dispuie de o cantitate redusă de combustibil care nu îți permite oprirea completă a navei pe solul asteroidului.

A. Determină ce manevră trebuie să efectuezi astfel încât să eviți ciocnirea cu asteroidul și să plasezi sonda pe suprafața asteroidului cu un consum minim de combustibil.

B. Presupunând că asteroidul are masa un procent p din masa Pământului, determină valoarea vitezei inițiale a navei pentru care, după efectuarea manevrei, naveta să devină satelit al asteroidului, cu orbita razantă la nivelul solului acestuia. (ONAA 2014)

54. În seara de Anul Nou Venus a atins punctul de elongație estică maximă, fiind observată de pe Pământ.

În același timp, o navetă spațială a fost lansată de pe Venus spre planeta Marte, pe o orbită tangentă la orbitele lui Venus și Marte. Să se determine:

- durata minimă a zborului navei spațiale între cele două planete;
- distanța dintre Pământ și Marte în momentul lansării navei;
- ce stea strălucitoare este văzută în seara de Anul Nou aproape de Marte pe cerul Pământului.

Se cunosc valorile razelor orbitelor: Venus $a_1 = 0,723\text{UA}$, Pământ $a_2 = 1\text{UA}$ și Marte $a_3 = 1,524\text{UA}$.

(ONAA2014)

55. Grecii antici știau că diametrul Pământului este mic în comparație cu distanțele până la stele. De exemplu, într-o legendă se spune că zeul Hefaistos, din neatenție, a lăsat să cadă nicovala sa pe Pământ. I-au trebuit $\tau = 9$ zile întregi nicovalei până când, căzând din cer, a ajuns să lovească Pământul.

Să se estimeze „înălțimea cerului”, în acord cu reprezentarea grecilor antici. Se cunosc: perioada rotației Lunii în jurul Pământului, $T_L = 27,3$ zile; raza orbitei Lunii, $a_L = 384400\text{km}$. (ONAA 2014)

56. Ca urmare a rezultatelor pe care le-ai obținut la ONAA, ai fost selectat să faci parte din echipa ESA care coordonează misiunea unei sonde spațiale pentru investigarea spațiului extragalactic. Misiunea ta în această echipă este să centralizezi într-un tabel datele referitoare la zborul sondei, mai precis valoarea vitezei sondei față de stele foarte depărtate de aceasta, când sonda transmite datele, la fiecare 10 zile. Tabelul a fost completat de un coleg al tău, tu începând să înregistrezi din ziua 40, când comandantul misiunii te-a informat că sonda se află la o distanță de aproximativ **200 U.A.** față de Pământ. **A.** Explică de ce în primele 70 de zile viteza sondei este constantă.

B. Urmărind valorile vitezei, raportezi comandantului că, după părerea ta, pe traiectoria sondei se află un corp ceresc de mari dimensiuni, existând pericolul coliziunii cu acesta. După consultarea cu echipa care primește și analizează imaginiile de la camera video instalată pe sondă, comandantul confirmă faptul că sonda se îndreaptă direct către un corp necunoscut. Comandantul vrea o analiză completă a situației, drept pentru care îți dă o fișă cu datele inițiale în care tu va trebui să completezi toate datele de care ai nevoie. Atenție, comandantul este foarte pretențios cu forma și rigurozitatea completării tabelului! Misiunea ta este următoarea:

- Presupunând că, în intervalul de timp dintre două rapoarte primite, accelerația sondei este constantă, calculează valoarea acesteia pe fiecare interval de timp ($1z=86.400s$);
- Pe fiecare interval de timp, calculează viteza medie v_m ca medie aritmetică între viteza inițială și cea finală;
- Calculează distanța parcursă de sondă în fiecare interval de timp, în UA;
- Folosind tabelul de date pe care l-ai completat pe foaia de răspuns, propune și aplică o metodă prin care să demonstrezi că sonda este accelerată în câmpul gravitațional al unui corp ceresc necunoscut;
- Determină masa acestui corp.

(ONAA 2014)

t (zile)	v (m/s)	Δv	Accelerația (m/s^2)	Viteza medie	Distanța parcursă pe fiecare interval de timp
40	1 000 000				
50	1 000 000				
60	1 000 000				
70	1 000 000				
80	1 061 500				
90	1 127 630				
100	1 199 290				
110	1 277 620				
120	1 364 150				
130	1 460 970				
140	1 571 000				
150	1 698 550				
160	1 850 340				
170	2 037 520				

57. O rachetă e lansată de pe suprafața unei planete sferice de rază R astfel încât vectorul viteză la întoarcerea pe planetă este paralel cu direcția de lansare. Separarea unghiulară de la centrul planetei între punctul de lansare și cel de sosire este θ .

- Să se reprezinte grafic traiectoria rachetei. Justificați reprezentarea făcută;
- cât timp durează zborul rachetei, dacă perioada unui satelit artificial care zboară în jurul planetei în imediata ei vecinătate este T_0 ;
- care este distanța maximă la care se poate depărta racheta de suprafața planetei;
- analizați și interpretați modul de variație a mărimilor determinate la punctele anterioare pentru cazul $\theta \rightarrow 0$. (ONAA 2014)

58. În această problemă veți avea de estimat, folosind datele obținute prin măsurători astronomice, valoarea constantei atracției universale. Pentru aceasta va trebui să răspunzi la următoarele întrebări:

1. Definește parametrii geometrici ai elipsei și scrie relația care definește excentricitatea elipsei în funcție de parametrii definiți.
2. Variația energiei potențiale gravitaționale a unui corp de masă m (o cometă), care se deplasează liber de la distanța r_0 până la distanța r_f , numai sub acțiunea interacțiunii gravitaționale cu un corp ceresc de masă

$$\Delta E = k \cdot m \cdot M \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_f} \right)$$

M (Soarele) este dată de relația:

Calculează energia potențială a cometei aflată la o distanță oarecare r de Soare. Justifică răspunsul obținut.

3. Scrie expresia energiei totale a sistemului Soare-cometă, presupunând că masa cometei este mult mai mică decât masa Soarelui. Dacă traiectoria cometei este o elipsă, cum va fi energia totală a sistemului - mai mică decât zero, egală cu zero sau pozitivă? Descrie raționamentul făcut de tine.
4. Dedu formula vitezei cometei pe traiectorie, ca relație de distanța r până la Soare, știind că valoarea

$$E = \frac{KMm}{2a}$$

absolută a energiei totale a sistemului este:

5. În tabelul de mai jos sunt date valorile vitezei unei comete în funcție de distanța de la aceasta la Soare. Semi-axa mare a traiectoriei cometei este $a = 17,8$ UA. Masa Soarelui este $M_{\text{Soare}} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

$v(\text{m/s})$	$r (10^{12} \text{ m})$
915	5,25
5101	3,52
8741	2,10
18444	0,68
13220	1,18
7860	2,34
4760	3,67

Folosind datele și, obligatoriu, foaia de hârtie milimetrică, determină valoarea constantei atracției gravitaționale. Te rugăm ca pe foaia de concurs să scrii cât mai citeț tabelul valorilor pe care le vei reprezenta grafic. Calculează eroarea relativă a rezultatului obținut, dacă știi că valoarea acceptată a constantei atracției gravitaționale este: $K = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$ (ONAA 2016)

59. În romanul lui Jules Verne „Hector Servadac – Călătorii și aventuri în lumea solară”, în urma coliziunii Pământului cu o cometă, o porțiune foarte mică de masă m din Pământ „se lipește” de cometă și odată cu aceasta și câțiva locuitori din zona respectivă. Aceștia trăiesc aventura unei colonii aflate pe cometă ca pe un Pământ mai mic. Ești unul dintre supraviețuitorii coloniei de pe cometă și de rezolvarea problemei depinde reîntoarcerea coloniei pe Pământ.

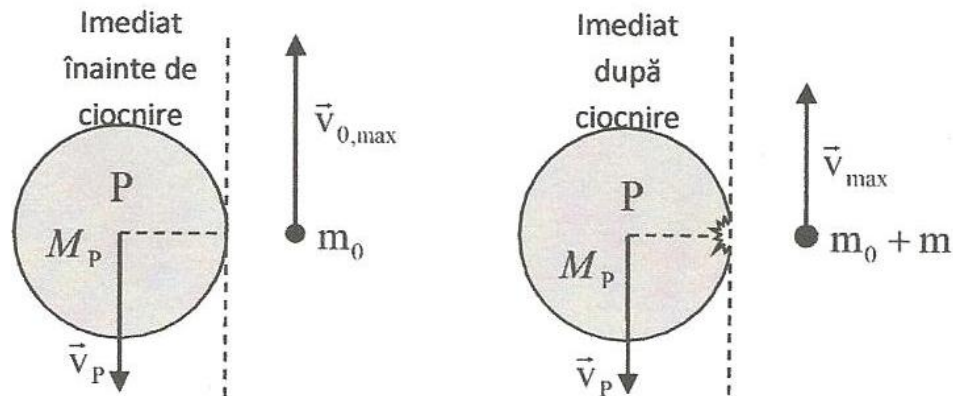
Mai întâi câteva presupuneri:

1. Ciocnirea are loc atunci când viteza cometei pe traiectorie era maximă și direcția ei este paralelă cu viteza Pământului.
2. Orbita Pământului, presupusă circulară, nu este afectată de desprinderea fragmentului de masă m .
3. Se cunosc: masa cometei, $m_0 \ll M_P$ unde M_P este masa Pământului; masa fragmentului dislocat din Pământ, $m \ll M_P$, excentricitatea elipsei, e_0 , pe care se deplasa cometa rătăcită înainte de impactul cu Pământul; r_P , raza orbitei circulare a Pământului în jurul Soarelui; R_P , raza Pământului, $R_P \ll r_P$. Se știe că planul orbitei cometei este același cu planul orbitei Pământului.
4. Viteza Pământului, precum și masa acestuia, nu sunt afectate semnificativ de impactul cu cometa.

Și o indicație: O mărime fizică importantă, care te va ajuta în rezolvarea problemei este impulsul numită și „cantitate de mișcare de translație”. Impulsul unui corp este o mărime fizică vectorială egală cu produsul dintre masa corpului și vectorul viteză. Pentru un sistem izolat format din două corpuri care interacționează, impulsul total este suma vectorilor impuls ai celor două corpuri și, rămâne constant chiar și după ce corpurile se ciocnesc. Calculează:

- a. În care punct de pe traiectoria cometei are loc coliziunea;

- b. Care este viteza cometei după ciocnire;
 c. Semi-axa mare a și excentricitatea e a traiectoriei cometei după ciocnire.
 d. Care va fi intervalul de timp minim măsurat în ani pe Cometă, după care, așa cum se afirmă în roman, cometa va întâlni din nou Pământul, astfel încât după ciocnire oamenii revin pe Pământ printr-un proces ipotetic reversibil celui care a produs desprinderea. (ONAA 2016)

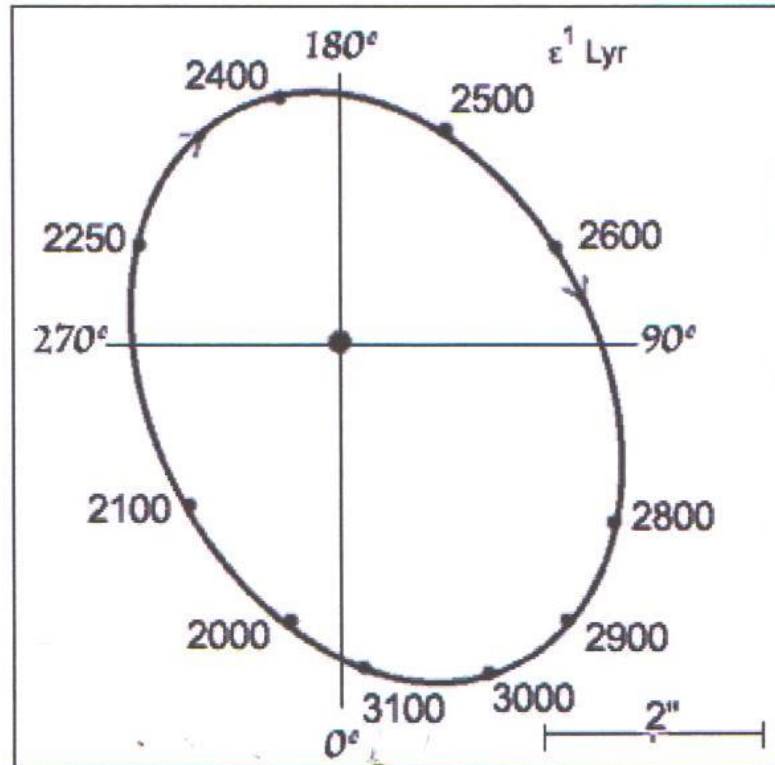


VIII. Stele duble și multiple

1. Componentele unui sistem stelar binar au orbite circulare. Distanța dintre cele două stele este de 1UA, iar masa fiecărei componente este aproximativ de o masă solară. Cât este perioada de rotație a sistemului și ce viteze au componentele față de centrul de masă?
2. Steaua epsilon din Lyra (dubla de duble) are o componentă, ϵ Lyr 1, formată din două stele, fiecare de mărimea Soarelui, ce se rotesc în jurul centrului comun de masă al sistemului binar. Perioada orbitală este de 7900 ani. Să se calculeze distanța dintre cele două stele, în UA.
3. Să se calculeze distanța dintre componentele unei stele duble știind că masa componentei principale este de cinci ori masa Soarelui, iar componenta secundară are masa egală cu 0,3 din masa Soarelui. Perioada de revoluție a sistemului dublu este de 75 de ani. Să se afle depărtarea stelei duble de Soare, cunoscând distanța unghiulară a componentelor de $3'',2$. (OJAA 2006)
4. O stea dublă, observată de pe Pământ, are distanța unghiulară între componente de $11''$. Perioada orbitală este de 4860 ani, iar distanța față de Pământ este de 135 a.l. Să se calculeze:
 - distanța dintre componente, exprimată în UA;
 - masa întregului sistem, exprimată în mase solare.
5. a) Calculați masa sistemului stelar binar α Centauri cunoscând paralaxa $p = 0,75''$, perioada $T = 79$ ani și semi-axa unghiulară $a'' = 17,6''$. B) Să se determine masa componentelor sistemului binar Procyon, știind că semi-axa mare a orbitei relative este $a = 13$ UA, iar perioada de revoluție siderală este $T = 39$ ani.
6. Perioada de revoluție a unei stele duble este de 100 ani. Distanțele stelelor la centrul de masă se află în raportul 1:4. Știind că semi-axa mare a orbitei aparente este $2''$ și paralaxa $0,05''$, să se afle masa fiecărei stele componente a sistemului (în mase solare). (ONAA 2010)

7. Distanța de la Pământ până la o stea dublă din constelația Cetus este $d = 5,65 \times 10^5$ UA. Distanța unghiulară observată dintre cele două componente ale stelei duble variază periodic cu perioada $T = 80$ ani și atinge valoarea maximă $\alpha_{\max} = 0,85 \times 10^{-5}$ rad. Să se determine masa totală a sistemului binar, exprimat în mase solare. $K = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
8. Care este valoarea raportului maselor componentelor stelei duble spectroscopice β Scorpii, știind că amplitudinile curbelor vitezelor radiale ale celor două componente sunt $v_1 = 152 \text{ km/s}$ și $v_2 = 126 \text{ km/s}$?
9. Un grup de trei stele se găsește într-o configurație coliniară și simetrică. Astfel, în centrul grupului se află o stea de masă $2 M_\odot$, de o parte și de alta a acesteia se găsesc la distanțe egale de câte 10 UA două stele, fiecare de masă $M_\odot$. Distanțele dintre stele nu se modifică în timp. Să se determine vitezele față de steaua centrală a fiecăreia dintre celelalte două stele. Să se reprezinte grafic evoluția în timp a liniilor spectrale H_γ corespunzătoare unei lungimi de undă de 434,2 nm, linie ce apare în spectrul fiecărei stele. Se consideră că Pământul (și observatorul) se află în planul orbital al acestor stele.
10. Curbele vitezelor la un sistem dublu spectroscopic sunt sinusoidale cu amplitudinile 20 km/s, respectiv, 60 km/s și o perioadă de 1,5 ani. Se cere: a) care stea are masa mai mare și de câte ori? ;
b) Dacă unghiul de înclinare al orbitei este 90° , ce valori au semiaxa mare și masele celor două stele?
11. Liniile spectrale în spectrul a două stele ce formează un sistem binar cu eclipsă se deplasează înainte și înapoi cu o perioadă de 6 luni. Deplasarea maximă a liniilor este egală pentru cele două stele și corespunde efectului Doppler produs de o viteză orbitală de 80 km/s a fiecărei stele față de centrul de masă al sistemului. Care sunt masele stelelor, exprimate în mase solare?
12. Sistemul stelar binar HD99279 din constelația Centaur se află la 42 a.l. de noi și are o perioadă siderală de 421,5 ani, distanța unghiulară dintre componente fiind de $10''$. Să se determine distanța dintre componente în UA și masa sistemului, exprimat în mase solare.
13. Sfera Hill este zona din jurul unei planete în care pot să orbiteze sateliții. În afara acestei zone satelitul poate deveni un corp care ar orbita în jurul Soarelui. Considerând orbita planetei Marte-Soare aproximativ circulară de rază 1,52 UA, masa planetei Marte $6,421 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ și masa Soarelui $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, calculați raza Hill a planetei Marte.
(OJAA 2017)
14. Soarele descrie în raport cu centrul galaxiei Calea Lactee, o traiectorie circulară cu raza $r = 8,5 \text{ Kpc}$, având viteza $v = 220 \text{ Km/s}$.
a. Estimați masa galaxiei Calea Lactee, aflată în interiorul traiectoriei orbitei Soarelui;
b. Calculați perioada de rotație a Soarelui în raportul cu centrul galactic;
c. Calculați de câte ori Soarele a parcurs orbita galactică din momentul nașterii sale, cu 4,5 miliarde de ani în urmă.
(OJAA 2017)
15. Două stele, A și B, având fiecare masa egală cu o masă solară, aflate la distanța de 40 UA una de cealaltă, se rotesc în jurul centrului lor comun de masă. O navă cosmică, C, se deplasează în planul orbitei celor două stele, astfel încât $AC = BC$, iar forma și dimensiunile triunghiului ABC rămân neschimbate în timp. Să se determine distanțele de la navă la fiecare dintre cele două stele, precum și viteza navei față de centrul de masă comun al celor două stele.

16. Orbita componentei secundare a sistemului Epsilon Lyrae 1, situat la 162 ani lumină de noi, este prezentată în imagine. Determinați pozițiile apoastrului și periastrului, semiaxa mare, semiaxa mică, perioada și masa sistemului, exprimată în mase solare.



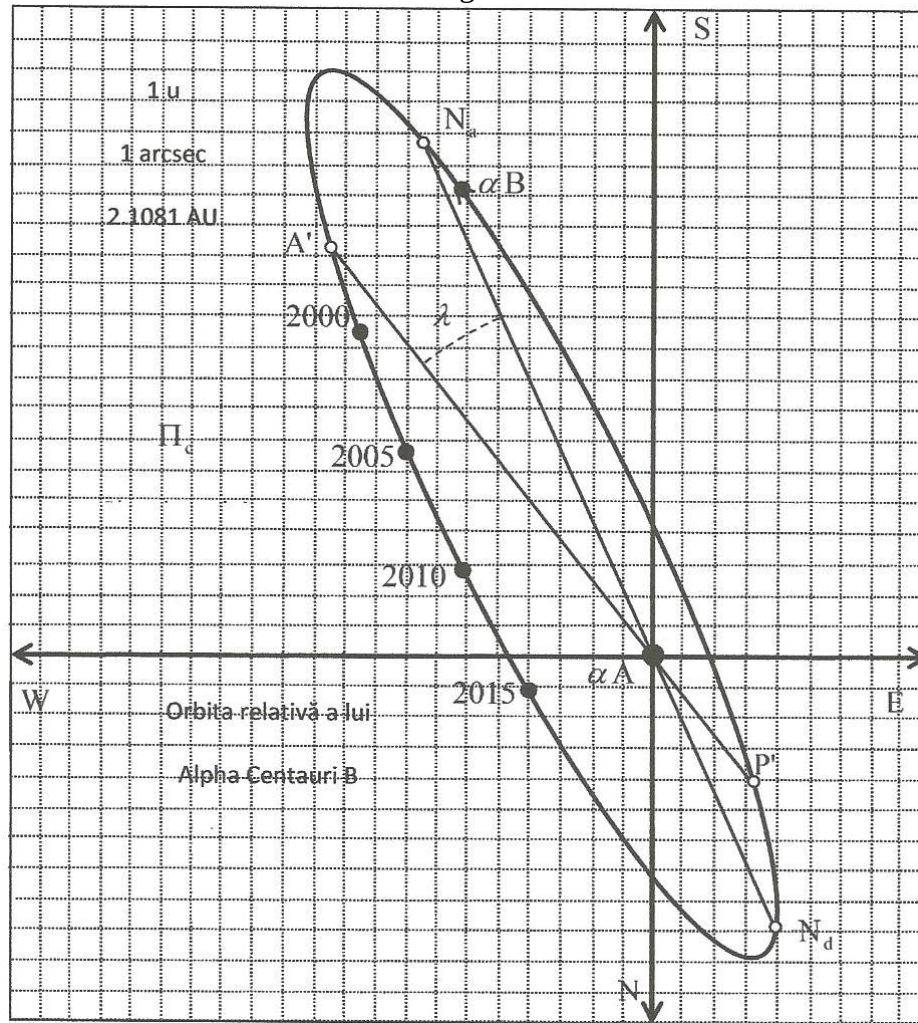
17. În desenul din figura 1 este prezentată orbita (elipsa) aparentă a stelei Alpha Centauri B – αB , în jurul stelei Alpha Centauri A – αA , așa cum apare ea pentru un observator de pe Pământ. N_a-N_d reprezintă proiecția în planul cerului a liniei nodurilor, iar $A' - P'$ reprezintă proiecția liniei apsidelor în planul cerului (A' – apoastru, P' – periastru), o unitate de pe grila din figură este echivalentă cu 1 arsecundă. Din măsurătorile efectuate pe desen : $A'P' = d = 9,15 \text{ cm}$, $\lambda = 14^\circ$

Determină:

- Parametrii orbitei reale a stelei Alpha Centauri B - semiaxa mare **a** și semiaxa mică **b** exprimate în UA , excentricitatea **e** și unghiul **i** dintre planul orbitei reale și planul cerului.
- anul în care steaua Alpha Centauri B va reveni în poziția corespunzătoare anului 2000.
- Următoarele magnitudini aparente vizuale
 - a stelei Alpha Centauri A văzută din apropierea stelei Alpha Centauri B;
 - a stelei Alpha Centauri B văzută din apropierea stelei Alpha Centauri A;
- magnitudinea aparentă totală a sistemului Alpha Centauri AB, văzut de pe Pământ;
- În jurul fiecăreia dintre cele două stele ale sistemului stelar binar Alpha Centauri AB evoluează, în același plan, câte o planetă. Să se determine razele maxime posibile ale orbitelor circulare ale celor două planete.

(ONAA 2016)

Fig. 1



IX. Luminozitate, strălucire, magnitudine

1. Să se enumere, în ordine descrescătoare a strălucirilor lor aparente, primele șapte corpuri cerești din Sistemul Solar, vizibile cu ochiul liber de pe Pământ.

2. Să se enumere în ordine descrescătoare a strălucirilor lor aparente, 10 stele din șirul de mai jos, cu magnitudini între valorile 0 și 1.

(*Vega, Capella, Sirius, Arcturus, Betelgeuse, Altair, Rigel, Procyon, Spica, Antares, Aldebaran*)

3. Folosind datele din tabel, răspunde-ți la următoarele întrebări:

Numele stelei	Magnitudine absolută (M)	Magnitudine aparentă (m)	Clasa spectrală	Clasa de luminozitate
Aldebaran	- 0,2	+ 0,9	K5	III
Alfa Centauri	+ 4,1	0,0	G2	V
Antares	- 4,5	+ 0,9	M1	I
Canopus	- 3,1	- 0,2	F0	II
Fomalhaut	+ 2,0	+ 1,2	A1	V
Regulus	- 0,5	+ 1,4	B7	V
Sirius	+ 1,4	- 1,4	A1	V
Spica	- 3,6	+ 0,9	B1	V

- a) Care este steaua cea mai strălucitoare ? Care este steaua cu strălucirea cea mai slabă?
 - b) Care dintre stele are luminozitatea cea mai mare? Dar cea mai mică?
 - c) Care dintre stele are cea mai mare temperatură la suprafață? Dar cea mai mică temperatură?
 - d) Care dintre stele este cea mai asemănătoare cu Soarele? Care este supergigantă roșie?
 - e) Ordonează în ordinea descrescătoare a dimensiunilor, stelele aflate în secvența principală.
4. Dacă steaua Alfa Centauri ar fi observată de la o distanță de 10 ori mai mare decât cea de acum, strălucirea ei aparentă : a) ar crește de 100 de ori; b) ar scădea de 100 de ori; c) ar rămâne constantă.
5. Luminozitatea unei stele se poate determina cunoscând: a) magnitudinea aparentă și masa; b) magnitudinea aparentă și temperatura; c) magnitudinea aparentă și distanța.
6. Care dintre următoarele stele are cea mai mică temperatură? A) o stea de clasa A; b) o stea de clasa F; c) o stea de clasa K
7. Care dintre următoarele stele din secvența principală are masa mai mare? A) o stea de clasa A; b) o stea de clasa G; c) o stea de clasa M.
8. Care dintre stele are cel mai mare diametru? a) o supergigantă A; b) o supergigantă M; c) o gigantă K.
9. Care dintre următoarele stele din secvența principală are cea mai lungă durată de viață? A) o stea de clasa A; b) o stea de clasa G; c) o stea de clasa K.
10. Să se calculeze distanța exprimată în ani lumină până la fiecare stea din tabel.
- 11.. O stea are magnitudinea absolută $M = +6$, paralaxa $0,37''$ și temperatura la suprafață de 5000 K.
Să se afle magnitudinea aparentă și raza sa, exprimată în raze solare. $M_{\text{Soare}} = 4,87^m$
12. Paralaxa Soarelui este $p_{\text{Soare}} = 8,8''$, iar paralaxa unei stele, σ , care are aceeași strălucire absolută (luminozitate) ca și Soarele, este $p_{\text{stea}} = 0,022''$. Să se precizeze dacă steaua respectivă poate fi observată cu ochiul liber pe cerul nopții. Se cunosc: $a_p = 149600000 \text{ km}$; $R_p = 6380 \text{ km}$. (ONAA 2014)
13. În “Războiul stelelor”, o stea cu magnitudinea aparentă $m_{\text{initial}} = 3^m$ a fost tăiată și din ea s-au format patru stele identice, având aceleași densități și aceleași temperaturi ca și steaua inițială. Să se determine magnitudinea stelei cvadruple, care a rezultat și să se compare cu magnitudinea inițială a stelei. (ONAA 2014)

Probleme propuse:

1. Pământul se află la aproximativ 150 milioane km față de Soare, iar strălucirea aparentă a Soarelui văzut de pe Pământ este 1370 W/m^2 . Determinați strălucirea aparentă a Soarelui a) de la o distanță de 2 ori mai mare; b) de la o distanță de 2 ori mai mică.
2. Steaua Alfa Centauri se află la o distanță de Soare de 4,4 a.l. și are strălucirea $E = 2,7 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$.
a) Să se calculeze luminozitatea stelei; b) de la ce distanță se vede cu aceeași strălucire aparentă un bec de 100W? (becul emite doar 15 W sub formă de radiație vizibilă.)
3. Distanța până la o stea este $r = 65 \text{ a.l.}$ și magnitudinea sa aparentă este $m = 1$. Cât este magnitudinea absolută a stelei? Ce temperatură are la suprafață, dacă raza stelei este egală cu 2 raze solare?
 $T_{\text{SOARE}} = 5770 \text{ K}$; $M_{\text{SOARE}} = 4,87$.
4. Distanța până la o stea este $r = 100 \text{ pc}$ și magnitudinea sa aparentă este $m = 6$. Cât este magnitudinea absolută a stelei?
5. a) Magnitudinea absolută a unei stele este $M = -2$ și magnitudinea aparentă este $m = 8$. Cât este distanța până la stea? B) Polaris se află la distanța de 326 a.l. de noi, are magnitudinea aparentă 2 și temperatura la suprafață de două ori mai mare decât cea a Soarelui. Aflați magnitudinea absolută și raza stelei, exprimată în raze solare.

6. Cât este magnitudinea aparentă a unui sistem binar ale cărui componente au magnitudinile $m_1=1$ și $m_2=2$?
7. Magnitudinea aparentă totală a unui sistem stelar triplu este 0,0. Două dintre componente au magnitudinile 1,0 și 2,0. Cât este magnitudinea celei de-a treia componente?
8. Proxima Centauri are temperatura la suprafață $T=3200$ K și raza de 10 ori mai mică decât raza solară. Să se afle luminozitatea stelei, exprimată în luminozități solare, magnitudinea absolută și magnitudinea sa aparentă pentru un observator de pe Pământ. Paralaxa stelei este $p''=0,762$, $T_{\text{Soare}} = 5770$ K, $M_{\text{SOARE}}=4,87$
9. Magnitudinea absolută a unei stele din galaxia Andromeda (distanța 690 kpc) este $M = 5$. Steaua explodează ca supernovă devenind de un miliard de ori mai strălucitoare. Cât va fi magnitudinea sa aparentă în acest caz?
10. Steaua β Centauri are magnitudinea absolută $M = -7,6$ și raza egală cu 10 raze solare. Să se afle luminozitatea stelei, temperatura la suprafață și magnitudinea aparentă a stelei știind paralaxa anuală $p=0,002''$.
11. Magnitudinea vizuală absolută a stelelor variabile de tip RR Lyrae se modifică între 0,6 și 0,3. Care este variația relativă a razei acestor stele? Considerăm că temperatura la suprafață rămâne constantă.
12. Steaua Altair are magnitudinea aparentă $m=0,77$, paralaxa anuală $p=0,202''$ și raza egală cu 2 raze solare. Să se afle magnitudinea absolută a stelei și temperatura la suprafață. $M_{\text{SOARE}}=4,87$.
13. Două stele au aceeași luminozitate, dar steaua B este de trei ori mai departe decât steaua A. Se cere:
a) raportul strălucirilor aparente ale stelelor;
b) dacă magnitudinea aparentă a stelei B este 8,0, care este magnitudinea aparentă pentru steaua A?
14. Steaua giganta Betelgeuse are magnitudinea absolută $M_1 = -6,0$ iar steaua pitică Barnard are $M_2 = 13,2$. Care este raportul razelor stelelor? Ele au aceeași temperatură la suprafață (Clasa spectrală M).
15. Un roi globular conține 100 000 de stele cu magnitudinile absolute egale cu cea a Soarelui ($+4,87^m$) Calculați magnitudinea aparentă a întregului roi, văzut de la distanța de 10 kpc.
16. Două stele au aceeași temperatură la suprafață. Steaua 1 are raza de 2,5 ori mai mare decât steaua 2. Steaua 1 este mai departe de Pământ de 10 ori decât steaua 2. Care este diferența între magnitudinile aparente ale celor două stele?
17. Într-un roi stelar sunt $N = 500\,000$ stele presupuse toate identice, fiecare având magnitudinea absolută $M = -1$. Magnitudinea aparentă a roiului este $m = 6,2$, iar diametrul unghiular al roiului este de $18'$. Se dă magnitudinea Soarelui $M_0 = 4,87^m$. Să se calculeze:
a) distanța la care se află roiul;
b) distanța medie dintre stelele roiului;
c) masa aproximativă, în mase solare, a unei astfel de stele. (ONAA 2013)
18. Binara vizuală HR 6426 este alcătuită din două stele cu magnitudinile aparente vizuale 6,3 și 7,2. Care este magnitudinea aparentă vizuală a sistemului?
19. Magnitudinea aparentă a stelei Vega este $m_1 = 0,3$. Raza stelei este de 3 raze solare, luminozitatea sa este de 60 luminozități solare, iar distanța până la ea este de 27 a.l.. a) Ce magnitudine aparentă va avea steaua dacă s-ar afla la o distanță de 1000 a.l. față de Pământ? B) Să se afle temperatura la suprafața stelei Vega, știind temperatura la suprafața Soarelui, $T_{\text{SOARE}} = 5770$ K

20. Să se determine perioada de rotație a unei planete X, pe o orbită circulară în jurul Soarelui, știind că magnitudinea aparentă a Soarelui, privit de pe planeta X este egală cu magnitudinea aparentă a Lunii în faza de Lună Plină. Se cunosc: magnitudinile aparente ale Lunii, respectiv ale Soarelui privite de pe Pământ $m_{L,p} = -12,7$; $m_{S,p} = -26,8$, perioada de rotație a Pământului în jurul Soarelui $T_p = 1$ an.

(OJAA 2008)

21. Steaua binară Procyon are paralaxa anuală $p = 0,287''$, distanța între componente $\alpha = 4,55''$, perioada orbitală de 40,65 ani și magnitudinile componentelor $m_1 = 0,35$ și $m_2 = 10,8$. Să se afle:

- masa totală a binarei, exprimată în mase solare;
- magnitudinea aparentă și magnitudinea absolută a binarei;
- luminozitatea, exprimată în luminozități solare.

22. Un felinar obișnuit este vizibil noaptea, cu ochiul liber, de la o distanță de 20 km. Se poate vedea cu ochiul liber de pe Lună un oraș de pe Pământ iluminat cu 100 000 de felinare? Dar cu un telescop cu diametrul de 6 cm?

23. Distanța dintre steaua Barnard și Soare descresște cu 117 km/s. Magnitudinea aparentă a stelei în acest moment este $m = 9,64$, iar paralaxa este $p = 0'',545$. După câți ani steaua va fi vizibilă cu ochiul liber?

(OJAA 2009)

24. Steaua Altair se află față de Pământ la o distanță de 15,7 a.l. și se apropie de acesta cu viteza de 26 km/s. După câți ani magnitudinea sa aparentă va scădea cu o cantitate perceptibilă pentru ochiul uman, care este capabil să distingă variații de $0,1^m$?

25. Cât timp trece între conjuncția și opoziția unei planete, dacă strălucirea ei crește astfel încât magnitudinea ei se modifică cu 0,85 clase de magnitudine în acest interval de timp? Presupuneți că planeta se mișcă pe o orbită circulară în planul eclipticii. Despre ce planetă este vorba? (ONAA 2011)

26. Ce este mai luminoasă, ziua pe planeta Pluto, când acesta este la 30 de unități astronomice distanță de Soare sau o noapte cu Lună Plină de pe Pământ? $M_L = -12,7$, $m_S = -26,7$. (ONAA 2006)

27. Ce magnitudine aparentă ar avea Soarele dacă ar fi observat din steaua Vega, a cărei paralaxă este $p = 0'',12$? De pe Pământ, Soarele se vede cu o magnitudine aparentă de $-26,7$.

28. Distanța dintre Jupiter și Soare este de 5,2 UA și magnitudinea sa aparentă la opoziție este de $-2,3^m$. Calculați care este magnitudinea aparentă a lui Jupiter atunci când acesta se află la separare maximă de Soare, pentru un observator aflat pe steaua α Centauri, care are paralaxa egală cu $0,758''$.

29. Strălucirea unei cefeide variază cu 2 magnitudini. Dacă temperatura efectivă a stelei variază de la 6000 K, la maxim de strălucire, la 5000 K, la minimum de strălucire, cât se modifică raza stelei?

(ONAA 2009)

30. O novă din constelația Vulturul își modifică magnitudinea aparentă cu 12^m (clase de magnitudini). De câte ori crește strălucirea ei?

31. Razele componentelor sistemului stelar binar cu eclipsă Algol sunt $R_1 = 3,1 R_\odot$ și $R_2 = 3,8 R_\odot$. ($R_\odot$ este raza Soarelui). Luminozitățile acestor stele sunt în raportul $0,092 / 0,08$. Să se determine raportul între temperaturile componentelor sistemului.

32. Sirius A are temperatura la suprafață de 10 000 K, raza egală cu $1,8 R_\odot$ și magnitudinea bolometrică 1,4. Raza companionului său, Sirius B, este $0,01 R_\odot$ și magnitudinea bolometrică 11,5. Se cere: a) raportul luminozităților stelelor; b) raportul temperaturilor lor efective.

33. Multe dintre țările sau organismele lumii au steaguri pe care se află obiecte cerești, în principal stele. Două exemple concrete sunt steagul Uniunii Europene și steagul Statelor Unite ale Americii.



a) Presupunând că Europeanii au ales ca simbol steaua Aldebaran ($m = 1^m$) iar Americanii steaua Polaris ($m = 2^m$), calculați magnitudinile aparente ale sistemelor ipotetice formate pe cer din stelele de pe steaguri, presupunând că ele sunt la aceeași distanță față de Pământ. (ONAA 2012)

b) Determinați magnitudinea aparentă a sistemului pentru steagul Chinei, considerând că a fost aleasă o stea de magnitudine $m = 1^m$ și 4 stele de magnitudine $m = 2^m$, situate la aceeași distanță față de observator.



34. O stea pitică albă din centrul unei nebuloase planetare îndepărtate, are luminozitatea $L = 0,001 L_{\odot}$, temperatura la suprafață $T = 2T_{\odot}$ și masa $M = 0,6 M_{\odot}$. Să se afle densitatea stelei. Densitatea Soarelui este $1,4 \text{ g/cm}^3$.

35. Galaxia NGC 772 este spirală, similară cu M 31, cu diametrul unghiular de $7'$ și magnitudine aparentă 12. Valorile corespunzătoare lui M 31 sunt 3^0 și magnitudine 5. Care este raportul distanțelor la care se află cele două galaxii, presupunând că au luminozități egale? Care dintre galaxii este mai mare?

36. Steaua cu cea mai mare luminozitate cunoscută (numită S), face parte din sistemul stelar satelit al galaxiei noastre, Norul Mic al lui Magellan. Distanța față de noi este de aproximativ 12 000 de ori mai mare decât distanța până la Sirius. ($2,60 \text{ pc}$). Steaua are magnitudinea aparentă $m = +8$.

a) Care este magnitudinea absolută a stelei S?

b) Ce magnitudine ar avea Sirius dacă s-ar afla în locul acestei stele? ($m_{\text{Sirius}} = -1,46^m$)

c) De câte ori ar părea mai strălucitoare steaua S față de Sirius, dacă ar fi la distanța lui Sirius față de noi?

37. În 1983, raza nebuloasei Crab era de $3,25'$. Ea se extinde cu $0,21''$ pe an. Viteza radială față de steaua neutronică centrală, măsurată prin efectul său Doppler, este de 1300 km/s .

a) Cât este acum diametrul unghiular și liniar al nebuloasei, considerând că extinderea sa este simetrică, iar distanța până la ea este de 6200 a.l. ?

b) Cu cât timp în urmă a putut fi observată de pe Pământ explozia de tip supernova care a produs nebuloasa? Se va determina prin calcul.

c) Care a fost magnitudinea aparentă a supernovei, dacă magnitudinea sa absolută a fost de -18^m ?

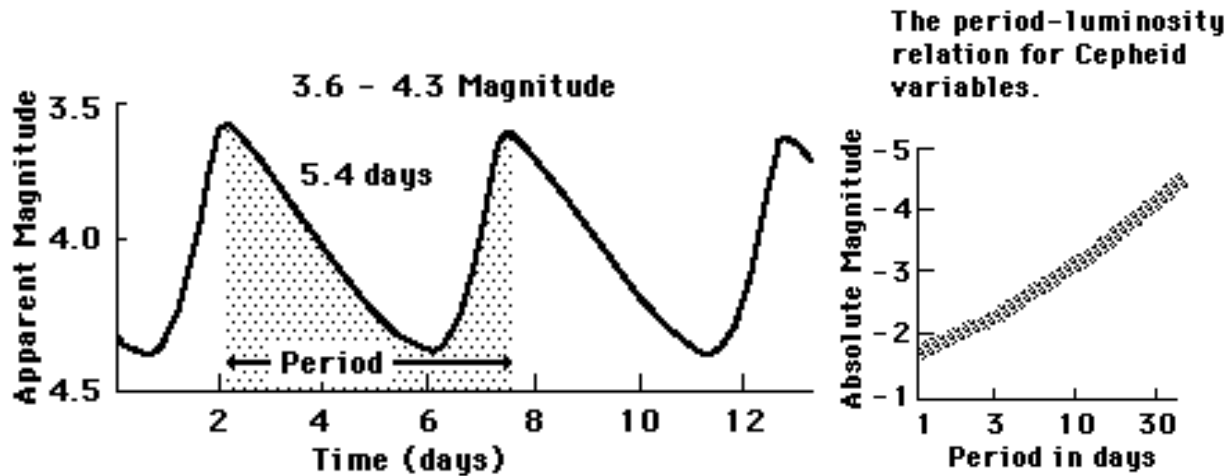
38. Steaua Alderamin ($\alpha \text{ Cep}$) are o magnitudine de 2,4, o temperatură la suprafață de $9\,000 \text{ K}$ și se află la distanța de 49 a.l. de noi. Determinați:

a) paralaxa stelei și magnitudinea ei absolută;

b) luminozitatea stelei (în luminozități solare), masa și raza ei (în unități solare). ($M_{\odot} = 4,9$)

39. Steaua δ Cephei este prototipul unei clase de stele variabile numite Cefeide, cu o perioadă de variație a strălucirii de câteva zile. Δ Cephei variază de la o magnitudine de 3,5 (clasa spectrală F, temperatura 7 000 K) la o magnitudine de 4,4 (clasa spectrală G, temperatura 6 000 K). Paralaxa stelei este de 3,32 milisecunde de arc. Să se determine amplitudinea variației diametrului stelei, exprimată în procente.

40. Utilizând informațiile din graficele următoare, să se deducă distanța la care se află steaua variabilă de tip Cefeidă față de noi.



41. Dacă o stea RR Lyrae are perioada $P = 0,55$ zile și se află în roiul globular M13 din Hercules, aflat la distanța de 25 890 ani-lumină de noi, să se determine magnitudinea aparentă a stelei. De la ce distanță poate fi văzută cu ochiul liber? Formula Leavitt: $M = [-2,81 \log P - (1,43 \pm 0,1)]$, cu P exprimat în zile.

42. În tabelul următor sunt date magnitudinile aparente ale unei stele variabile pentru anumite momente de timp (în zile):

timp	0,01	0,03	0,06	0,09	0,12	0,17	0,21	0,26	0,34	0,38
m	7,36	7,28	7,28	7,36	7,42	7,52	7,60	7,68	7,74	7,76
timp	0,44	0,49	0,53	0,55	0,56	0,58	0,60	0,62	0,66	0,71
m	7,77	7,78	7,72	7,64	7,49	7,36	7,28	7,28	7,36	7,47

- Reprezintă grafic curba de lumină a stelei. Determină perioada de pulsație a stelei.
- Știind că magnitudinea absolută minimă a stelei este $M = +1$, să se determine distanța până la stea și luminozitatea maximă și minimă a stelei, exprimată în luminozități solare. $M_{\odot} = +4,87$.

43. O stea din secvența principală, aflată la distanța $r = 12$ Kpc are magnitudinea aparentă egală cu magnitudinea limită a unui telescop newtonian cu diametrul $D = 254$ mm.

Steaua se transformă într-o gigantă, timp în care temperatura ei va scădea de 3 ori și raza ei va crește de 100 de ori.

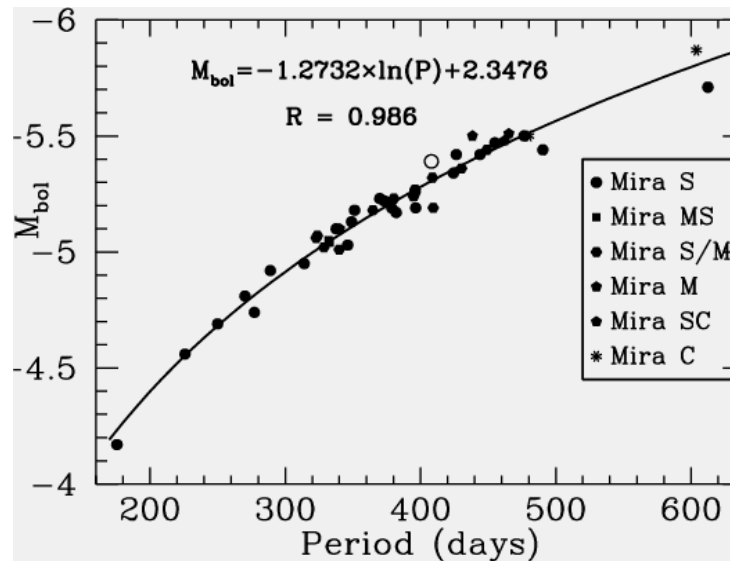
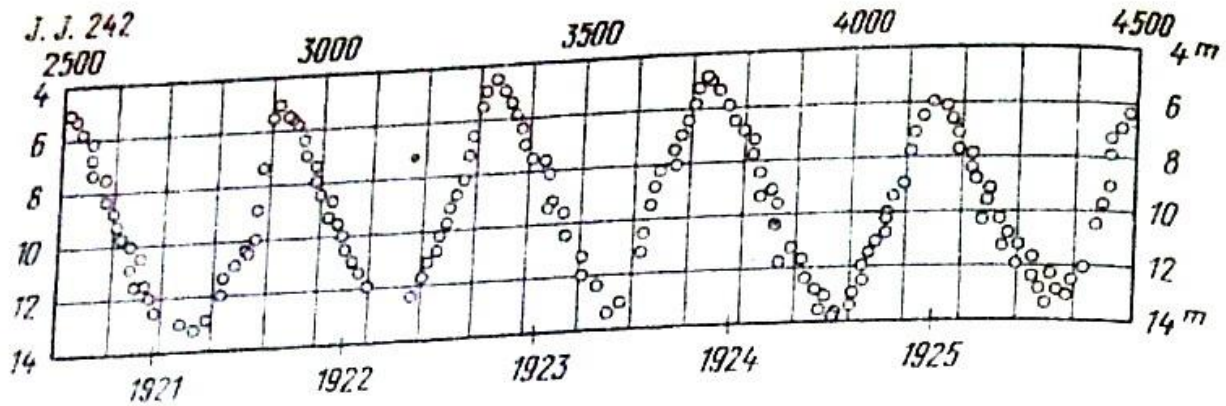
- Să se calculeze magnitudinea absolută a stelei inițiale;
- Să se calculeze luminozitatea stelei aflată în starea de gigantă;
- Să se determine magnitudinea aparentă a stelei aflată în starea de gigantă;
- Să se exprime masa stelei gigante, exprimată în mase solare.

Se consideră luminozitatea Soarelui $L_{\odot} = 3,86 \cdot 10^{26}$ W.

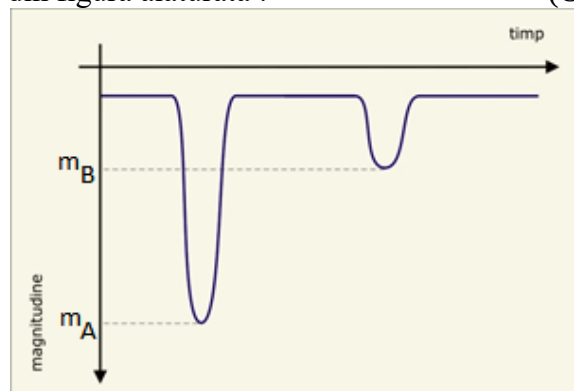
(OJAA 2011)

44. Steaua Eta Cassiopeae este un sistem binar cu două componente de magnitudini vizuale aparente $V_1 = 3,44$, respectiv $V_2 = 7,25$ și indici de culoare $C_1 = +0,57$, $C_2 = +1,39$, unde, prin definiție, indicele de culoare este $C = B - V$, unde B este magnitudinea în albastru. Calculați magnitudinile aparente în domeniul vizibil (V) și în domeniul albastru (B), precum și indicele de culoare al sistemului format din cele două stele.

45. Steaua χ Cygnus are curba de variație a magnitudinii în figura următoare. Determinați perioada, amplitudinea de variație a magnitudinii și distanța la care se află steaua, având relația magnitudine-perioadă pentru acest tip de stele în diagrama de mai jos. (ONAA 2009)



46. Componentele sistemului binar *Algol* au aceleași dimensiuni și temperaturi $T_A = 5000$ K , respectiv $T_B = 12\,000$ K. Curba de lumină observată într-o direcție aflată în planul orbital al sistemului este redată în figura alăturată. Calculați adâncimea fiecărui minim și argumentați care din componente este eclipsată prima oară, conform graficului din figura alăturată : (ONAA 2012)



47. Energia primită de la Soare într-un minut, de o suprafață de 1 cm^2 de pe Pământ, așezată perpendicular pe direcția Soare – Pământ și aflată la limita superioară a atmosferei, este $1,9851\text{ cal}/(\text{cm}^2\text{ min})$. Care este valoarea constantei solare pe Jupiter, dacă semiaxa mare a orbitei este $5,2028\text{ UA}$?

48. Constanta solară, adică fluxul total al radiației solare la distanța la care este Pământul, este 1370 W m^{-2} . Să se afle fluxul total pe suprafața Soarelui, știind că diametrul său unghiular, văzut de pe Pământ este de $32'$. Cât este suprafața solară care poate produce 1000 megawați?

49. Unele teorii presupun că temperatura efectivă a Soarelui era acum 4,5 miliarde de ani de 5000 K și raza sa, de 1,02 ori mai mare decât acum. Ce valoare avea constanta solară în acel moment ? $T_{\odot} = 5770 \text{ K}$

50. Să se determine constanta solară pe planeta Marte. Ce temperatură ar trebui să aibă la suprafață planeta Marte (cazul ideal)? Se cunosc: $L_{\odot} = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$ și $a_{\text{Marte}} = 1,52 \text{ UA}$. $R_{\odot} = 696000 \text{ km}$

51. Câți fotoni cad într-o secundă pe oglinda telescopului Keck (de diametru egal cu 10m) provenind de la Vega? Dar de la o stea de magnitudine 30^{m} ? Magnitudinea aparentă a stelei Vega este aproximativ 0^{m} . Fluxul de fotoni de la o stea de magnitudinea 0^{m} este de aproximativ 10^{10} fotoni $/(\text{m}^2 \times \text{s})$.

(ONAA 2006)

52. Magnitudinea absolută a unei stele este $M = -3$ și magnitudinea aparentă este $m = +7$. Cât este distanța până la stea? Deși valoarea extincției interstelare a radiației variază de la un loc la altul, putem considera în apropierea planului galactic o valoare medie de 2 mag/kpc. Să se afle distanța până la stea ținând cont de acest fenomen.

53.. Magnitudinea bolometrică a unei stele variabile cu perioadă lungă se modifică cu o unitate de magnitudine. Temperatura efectivă la maxim este de 4500 K.

a) Cât este temperatura la minimul variației stelei dacă se neglijează influența modificării dimensiunilor sale? B) Dacă temperatura ar rămâne constantă, cu cât ar trebui să se modifice raza stelei? Care dintre variante este mai plauzibilă?

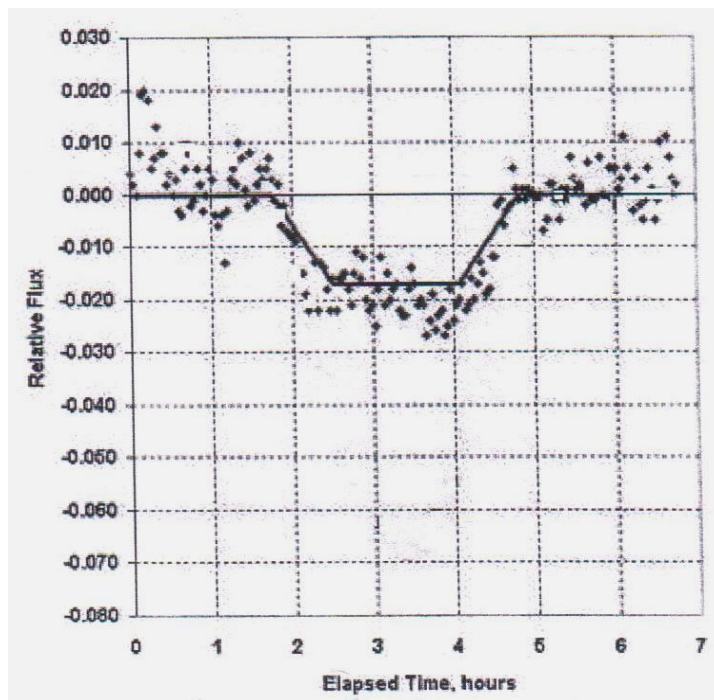
54. Un astronom privește prin Hubble Space Telescope pentru a vedea o stea ca Soarele la o distanță de 100 000 pc. Strălucitoarele Cefeide au luminozitatea maximă de 30 000 de ori mai mare decât cea a Soarelui. Utilizând pentru Soare magnitudinea absolută +5, calculează magnitudinea absolută a acestor Cefeide. Cât de departe se poate vedea o Cefeidă prin HST?

X. Sisteme stelare. Tranzit. Albedo

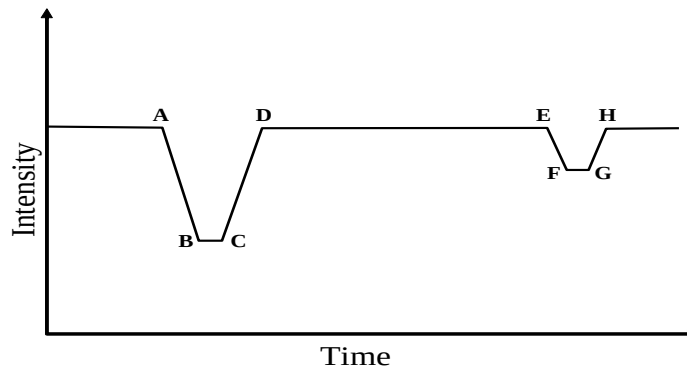
1. Într-un roi de dimensiuni unghiulare reduse s-au numărat 101 stele. Studiindu-se cu atenție roiul, s-a observat că stelele au mase în progresie aritmetică, cea mai mică fiind $\mathcal{M} = \mathcal{M}_{\odot}$, iar cea mai mare masă fiind $\mathcal{M} = 1,1 \mathcal{M}_{\odot}$. Se cere să se calculeze magnitudinea aparentă a roiului. Se cunosc: masa Soarelui, $\mathcal{M}_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$, luminozitatea Soarelui, $L_{\odot} = 3,85 \times 10^{26} \text{ W}$, magnitudinea absolută a Soarelui, $M_{\odot} = 4,87$, paralaxa roiului, $p = 0,01''$. Pentru $x \ll 1$ se poate folosi aproximarea $(1+x)^n = 1+nx$.

2. Calculați magnitudinea sistemului multiplu Castor, aflat la 51,6 ani lumină, cunoscând luminozitățile subsistemelor A ($L_A = 34 L_{\odot}$) și B ($L_B = 14 L_{\odot}$) și că, cea a subsistemului C, este 5% din cea a Soarelui, care are magnitudinea absolută 4,87. (ONAA 2010)

3. Pentru un sistem binar cu eclipsă, fluxul radiației luminoase variază în timp conform graficului de mai jos. Să se determine: a) raportul razelor celor două stele; b) care dintre stele este cea mai fierbinte, știind că steaua mare este de 8 ori mai strălucitoare decât cea mică.

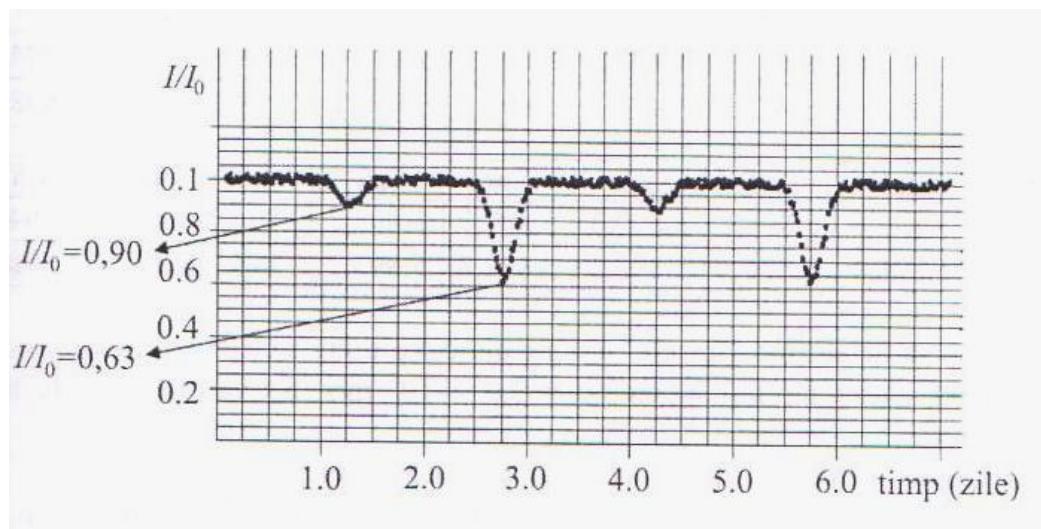


4. Un sistem binar cu eclipsă are perioada de 30 zile. Curba de lumină din figura de mai jos ilustrează faptul că steaua secundară eclipsează steaua primară (din punctul A în punctul D) în 8 ore (măsurate din momentul primului contact până în momentul contactului final), în timp ce de la punctul B la punctul C, perioada eclipsei totale este de 1 oră și 18 minute, Analiza spectrală indică valoarea maximului vitezei radiale a stelei primare de 30 km/s și de 40 km/s a stelei secundare. Dacă presupunem că orbitele sunt circulare și au o înclinarea $i = 90^\circ$, determinați razele și masele ambelor stele în unități de raze solare și mase solare.



5. Într-un sistem binar cu eclipsă, două stele sunt în mișcare în jurul centrului de masă comun, având orbitele în planul direcției către observator. Intensitatea totală a luminii, măsurată pe Pământ, este reprezentată în figura de mai jos. Atunci când nu se eclipsează, intensitatea totală primită de la ambele stele este $I_0 = 4,8 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$. Să se determine:

- Perioada mișcării orbitale a fiecărei stele și viteza unghiulară a sistemului;
- Raportul razelor R_1 / R_2 și raportul temperaturilor celor două stele.



6. Una din metodele de descoperire a planetelor extrasolare este metoda tranzitului. Atunci când planeta trece prin fața steii, intensitatea luminii recepționate de la stea scade puțin, cu o fracțiune care se poate determina. Procentul cu care intensitatea luminii steii scade (f) ne permite să calculăm raza planetei:

$$f = \text{suprafața discului planetei} / \text{suprafața discului steii} = (R_{\text{planetă}} / R_{\text{stea}})^2$$

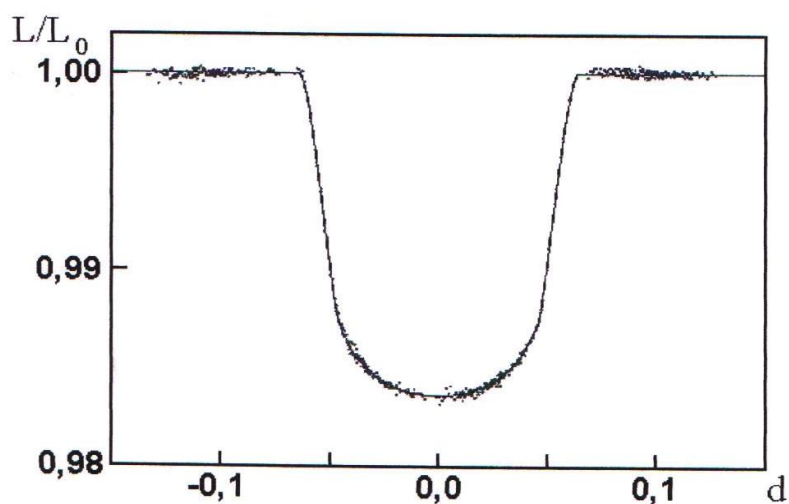
a) Care este raza unei planete care orbitează o stea, dacă raza steii este $R_{\text{stea}} = 800\,000\text{km}$, iar procentul cu care scade lumina ei în timpul tranzitului este 1,7%?

b) Cât de greu îi este unui astronom extraterestru să găsească planeta Jupiter, în sistemul nostru solar? Calculați ce fracțiune din intensitatea luminii Soarelui poate bloca planeta Jupiter.

Se cunosc: $R_J = 71\,500\text{km}$, $R_{\odot} = 696\,000\text{km}$.

7. Să se afle dacă pe planeta Gliese 581c din sistemul planetar aflat la 20 a.l. de noi, sunt condiții ca viața să se dezvolte. Se dă mai jos curba de lumină a tranzitului (unde $L_{\text{stea}} = L_0 = 0,013 L_{\odot}$). Viteza radială a planetei este $v_p = 68\text{ km/s}$ iar perioada ei orbitală este $P = 13\text{ zile}$.

Să se determine semiaxa mare a sistemului, masele steii și planetei și razele acestora. Temperatura Soarelui este $T_{\odot} = 6000\text{K}$, iar raza acestuia este $R_{\odot} = 696\,000\text{km}$.



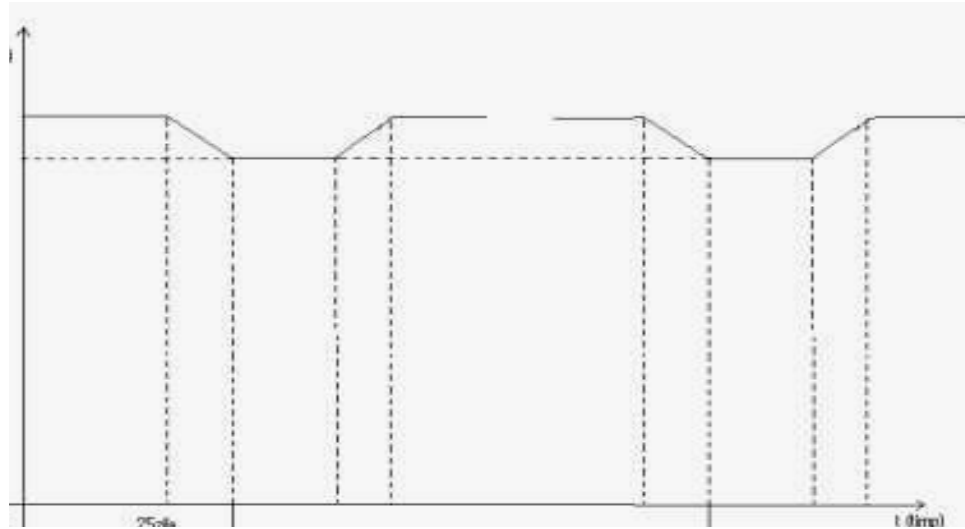
8. Astrofizicienii au descoperit prin metoda tranzitului o planetă care are o orbită circulară în jurul steii (HIP41936) din constelația Virgo. Curba de lumină este reprezentată în figură. Se cunoaște faptul că tranzitul planetei se efectuează pe la ecuatorul steii, iar în relația masă –luminozitate avem exponentul 3,3. Se dau temperatura efectivă a suprafeței Soarelui $T_{\odot} = 6000\text{K}$ și raza Soarelui, $R_{\odot} = 696\,000\text{ km}$.

Să se afle:

a) Masa stelei (în mase solare) și raza orbitei planetei (în unități astronomice);

b) Raza stelei și raza planetei;

c) Temperatura stelei și temperatura planetei. Indicație: $T_{\text{planetă}} = T_{\text{stea}} \times \sqrt{\frac{R_{\text{stea}}}{2a}}$



9. Determinați magnitudinea aparentă a Lunii în faza de Lună Plină, cunoscând albedo-ul suprafeței lunare, $A = 11\%$, raza Lunii, $R_L = 1738\text{km}$, magnitudinea aparentă a Soarelui văzut de pe Lună, $m_S = -26,7^m$, distanța Pământ – Lună, $d_{PL} = 384\,400\text{km}$ și distanța Soare – Lună, $d_{SL} = 150\,000\,000\text{ km}$.

10. Cât este magnitudinea aparentă a unui asteroid cu raza de 10km , cu albedo-ul suprafeței $A = 0,1$, aflat la distanța de $400\,000\text{ km}$ față de Pământ, la opoziție?

11. Ce rază trebuie să aibă un asteroid cu albedo-ul $A = 0,2$ pentru a putea fi văzut cu ochiul liber (la opoziție) de la distanța de 1 UA ?

12. Un asteroid cu raza de 2044m are magnitudinea $m = +10$ când este observat de la distanța de 10^7 km . Cât este albedo-ul suprafeței sale?

13. La ce distanță se află un asteroid cu raza de 30m și albedo $A = 0,11$, dacă, văzut de pe Pământ, are magnitudinea aparentă $m = +20$?

14. a) Cât este albedo-ul suprafeței planetei Marte, știind că, la opoziție planeta are o magnitudine $m = -0,7$ și se află la distanța $r = 0,52\text{ UA}$ față de Pământ? Raza planetei Marte este $R_M = 3400\text{km}$.

b) Magnitudinile aparente maxime ale sateliților planetei Marte sunt: $m_{\text{Phobos}} = 13^m$ și $m_{\text{Deimos}} = 14^m$. Calculați albedo-ul suprafețelor acestor sateliți considerându-i de formă sferică, cu razele $R_{\text{Phobos}} = 12\text{ km}$ și $R_{\text{Deimos}} = 7\text{ km}$. ($a_M = 1,52\text{ UA}$)

15. Un asteroid cu diametrul de 100 m și cu un albedo de $0,1$, se apropie de Pământ cu o viteză de 30 km/s . Să se afle magnitudinea aparentă a asteroidului : a) cu o săptămână înainte de coliziunea cu Pământul; b) cu o zi înainte de coliziune.

- 16.** Este observat de pe Pământ un corp din gheață care are o orbită eliptică în jurul Soarelui. La periheliu, se află la distanța de 40 UA de Soare și are un albedo de 0,6, iar la afeliu, se află la 60 UA și are un albedo de 0,7. Care este magnitudinea corpului la afeliu? (OISP 2008)
- 17.** Magnitudinea aparentă vizuală V a unei planete pitice, în timpul opoziției sale a fost $V_0 = 10,0$. Să se calculeze diametrul planetei știind valoarea albedo-ului suprafeței sale : $A = 0,15$. Magnitudinea aparentă vizuală a Soarelui este $V_s = -26,7$ și distanța de la planetă la Pământ în acel moment, era $r = 3$ UA.
- 18.** O planetă se mișcă în jurul unei stele pe o orbită eliptică astfel încât magnitudinea maximă și minimă ale stelei variază în decursul unei revoluții cu $0,5^m$. Planeta are un satelit de formă sferică pe o orbită circulară. Atunci când planeta este la periastru, diametrul aparent al satelitului este jumătate din diametrul aparent al stelei. Determinați: a) excentricitatea orbitei planetei; b) diferența între magnitudinile maximă și minimă ale stelei în cazul unei eclipse centrale, atunci când centrul discului aparent al satelitului și al stelei coincid.
- 19.** Din materia Lunii (în faza de Lună Plină) se fac un milion de sateliți sferici identici, situați aproximativ în același loc, dar fără a fi legați între ei. Ce magnitudine va avea roiul care se obține? Magnitudinea Lunii la Lună Plină este de $-12,7^m$. (ONAA 2007)
- 20.** Să se determine aria pe care ar trebui să o aibă o oglindă plană plasată pe Lună pentru ca lumina solară reflectată să fie observată de pe Pământ ca o stea de magnitudine 3^m . Coeficientul de reflexie este 100%. $M_{\text{Soare}} = -26,7^m$.
- 21.** Un roi globular conține un milion de stele de pe secvența principală, fiecare având magnitudinea absolută $M=6$, precum și 10 000 stele gigante roșii, de magnitudine $M=1$. Se poate observa acest roi cu ochiul liber de la o distanță de 10 kpc? (ONAA 2006)
- 22.** Steaua 40 Eridani este un sistem triplu compus steaua 40 Eri A vizibilă cu ochiul liber și două stele mai puțin strălucitoare Eri B și Eri C. Stelele 40 Eri B și C sunt foarte apropiate una de cealaltă, ele se mișcă în jurul centrului de masă comun și împreună în jurul stelei 40 Eri A, aflată la 400 unități astronomice de ele. Perioada sistemului binar alcătuit din 40 Eri B și C este 247,9 ani, paralaxa lui trigonometrică este $0,201''$, iar semiaxa mare a sistemului se vede sub un unghi de $6,89''$. Raportul distanțelor lui 40 Eri B și 40 Eri C la centrul de masă este egal cu 0,37.
- a.) Determinați masa componentelor 40 Eri B, respectiv 40 Eri C, exprimată în mase solare.
- b.) Magnitudinea aparentă a stelei 40 Eri B este $7,89^m$. Determinați luminozitatea stelei exprimată în luminozități solare.
- c.) Temperatura efectivă a stelei 40 Eri B este egală cu 16900 K. Calculați raza stelei și comparați valoarea găsită cu raza Soarelui. Ce fel de stea este steaua 40 Eri B?
Se cunosc: raza Soarelui, 696000 km și temperatura efectivă a Soarelui 5780 K. (ONAA 2011)
- 23.** Rigel (β Ori) este un sistem triplu de stele, steaua principală, Rigel A, având masa $\mathcal{M}_A = 21 \mathcal{M}_\odot$, temperatura $T_A = 11\,800$ K și luminozitatea $L_A = 66\,000 L_\odot$. Componenta secundară, Rigel B, este un sistem binar spectroscopic, aflat la o distanță $r = 2200$ UA față de Rigel A. În sistemul binar Rigel B, stelele au masele $\mathcal{M}_1 = 2,5 \mathcal{M}_\odot$, respectiv, $\mathcal{M}_2 = 1,9 \mathcal{M}_\odot$ și perioada orbitală $P_B = 9,8$ zile. Să se afle: a) Raza stelei Rigel A, exprimată în raze solare; b) Densitatea stelei Rigel A, cunoscând densitatea medie a Soarelui, $\rho_\odot = 1,41 \text{ g/cm}^3$; c) Distanța dintre componentele sistemului binar Rigel B; d) Perioada orbitală a sistemului format din Rigel A și Rigel B.

24. Meissa (λ Ori) este un sistem binar format din steaua Meissa A (clasa spectrală O), având masa $\mathcal{M}_A = 28 \mathcal{M}_\odot$, raza $R_A = 10 R_\odot$ și temperatura $T_A = 35\,000\text{K}$, și steaua Meissa B (clasa spectrală B), având masa $\mathcal{M}_B = 13 \mathcal{M}_\odot$, raza $R_B = 7 R_\odot$ și temperatura $T_B = 23\,000\text{K}$. Sistemul Meissa este la 1600 pc de Pământ și are o separare unghiulară a componentelor $\alpha = 0,41$ arcsecunde. Să se afle: a) Distanța dintre cele două componente ale sistemului; b) Perioada orbitală a sistemului binar; c) Densitatea fiecărei stele, cunoscând densitatea Soarelui, $\rho_\odot = 1,41\text{ g/cm}^3$; d) Luminozitatea fiecărei stele, exprimată în luminozități solare; e) Magnitudinea absolută și magnitudinea aparentă a sistemului Meissa, cunoscând magnitudinea absolută a Soarelui, $M_\odot = 4,87$.

25. Sheliak (β Lyr) este un sistem binar semidetașat cu eclipsă, format din două stele de clasă spectrală B. Steaua principală, Sheliak A, are masa $\mathcal{M}_A = 13 \mathcal{M}_\odot$, raza $R_A = 6 R_\odot$ și temperatura $T_A = 28\,000\text{K}$. Componenta secundară, Sheliak B, are raza $R_B = 15 R_\odot$ și luminozitatea $L_B = 6500 L_\odot$. Știind că sistemul binar are o perioadă de rotație $P = 13$ zile, se află la 1000 a.l. de Pământ și separarea unghiulară dintre componente este $\alpha = 9 \times 10^{-4}$ arcsec, să se determine: a) distanța dintre stele, în UA; b) Luminozitatea stelei A și temperatura stelei B; c) masa componentei secundare; d) intervalul de valori în care variază magnitudinea sistemului, văzut de pe Pământ. Magnitudinea absolută a Soarelui este $M_\odot = 4,87$.

26. Gamma (γ) Cassiopeiae este o stea fierbinte care se rotește repede și aruncă ocazional jeturi de gaz de la ecuator, ceea ce provoacă schimbări neprevăzute de strălucire. Este un exemplu de stea variabilă eruptivă, cu o magnitudine aparentă situată între 3 și 1,6. În prezent, steaua are magnitudinea aparentă $m = 2,2$ și temperatura efectivă, $T = 25\,000\text{ K}$. Cunoscând paralaxa stelei, $p = 1,78 \times 10^{-3}$ arcsec, să se afle luminozitatea și raza stelei în prezent și de câte ori crește această luminozitate în timpul erupției.

27. Steaua dublă Zuben Elgenubi (α Lib), aflată la 24 pc de Pământ, are componenta principală de clasă spectrală A, cu masa $\mathcal{M}_A = 2 \mathcal{M}_\odot$, temperatura $T_A = 8200\text{K}$ și magnitudinea aparentă $m_A = 2,8$. Componenta secundară a sistemului, de clasă spectrală F, are masa $\mathcal{M}_B = 1,4 \mathcal{M}_\odot$, magnitudinea absolută $M_B = 3,3$ și raza $R_B = 1,5 R_\odot$. Distanța dintre componente este $a = 540\text{ UA}$. Să se determine: a) perioada siderală a sistemului binar; b) magnitudinea absolută, luminozitatea și raza componentei A; c) luminozitatea, temperatura și magnitudinea aparentă a stelei B; d) distanța unghiulară dintre componente, văzute de pe Pământ; e) magnitudinea aparentă a stelei duble Zuben Elgenubi.

28. Astronomii observă explozia unei supernove într-o galaxie care se îndepărtează de noi (prin expansiunea Universului) și apreciază că la maximum de strălucire supernova avea magnitudinea aparentă $m = +18$ și magnitudinea absolută $M = -13,5$. Se va considera $H = 75\text{ km/s} \times \text{Mpc}$. Determinați:
a) luminozitatea supernovei ; b) distanța până la supernovă ; c) viteza de îndepărtare a galaxiei.

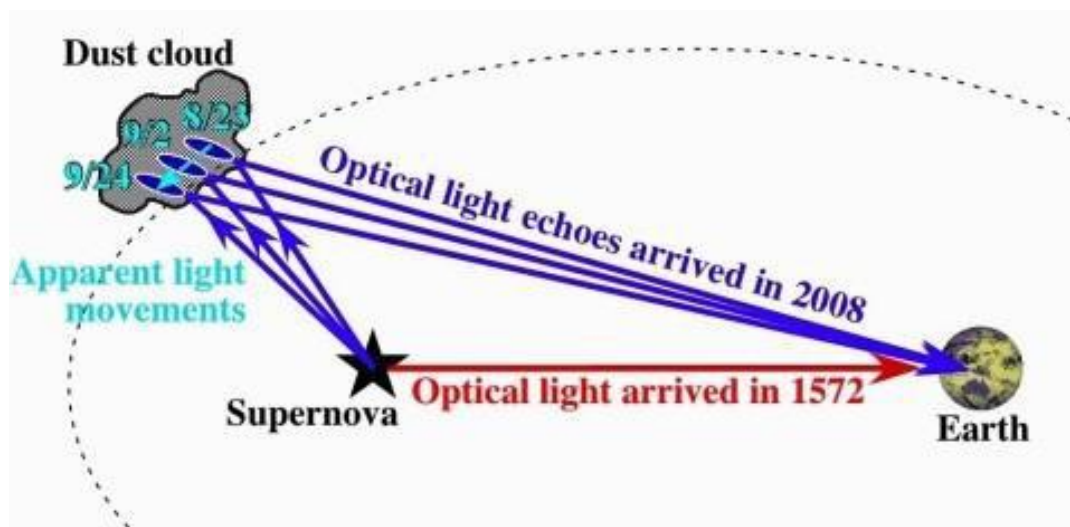
29. *Lumina primită de un observator terestru de la locul exploziei unei supernove, după ce lumina a fost reflectată pe nori de praf interstelari, reprezintă "ecourile" luminii.* Ecourile luminii păstrează distribuțiile spectrale inițiale ale exploziei.

La 11 noiembrie 1572, astronomul danez Tycho Brahe a observat ceea ce el a gândit a fi o nouă stea, un obiect luminos apărut în constelația Cassiopeia, întrecând în strălucire chiar planeta Venus. Ceea ce vedea de fapt Brahe era o supernovă (Supernova Tycho SN 1572), un eveniment rar, când moartea violentă a unei stele trimite în afară lumina și energia unei explozii extreme.

La 24 septembrie 2008, utilizând un instrument spectrograf FOCUS și analizând caracteristicile ecourilor luminii, astronomii au înțeles că au înregistrat abia acum spectrul Supernovei care explodase în anul t_s , explozie pe care o înregistrase Tycho Brache în anul $t_{p1}=1572$, ca urmare a propagării directe a luminii.

a) *Să se stabilească anul producerii exploziei Supernovei Tycho și să se determine distanța parcursă de lumină, de la locul exploziei, pe traseul norului de praf interstelar, până la planeta Pământ, precum și durata deplasării luminii pe această distanță. Se cunosc: distanța dintre Pământ și supernova Tycho, $d = 7500\text{ a.l.}$;*

- b) *Să se justifice* posibilitatea existenței unui alt nor de praf interstelar, de la care, prin reflexie, lumina venită de la locul exploziei aceleiași supernove, ar fi putut ajunge la observatorul terestru tot în anul 2008.
- c) Lumina plecată de la locul exploziei Supernovei S se reflectă pe suprafața norului de praf interstelar, N, asemenea reflexiei luminii pe suprafața unei oglinzi plane (oglină plană echivalentă) și ajunge la observatorul de pe Pământ. 1) *Să se demonstreze* că ecoul luminii, obținut prin reflexia luminii pe norul interstelar N, îi produce observatorului de pe Pământ iluzia unui ecou luminos care s-a propagat cu o viteză mai mare decât viteza luminii în vid.



30. A. Calculați masele stelelor care intră în componența binarelor vizuale din tabelul de mai jos.
 B. Calculați magnitudinile absolute ale celor 8 stele componente și reprezentați-le grafic poziția într-o diagramă magnitudine absolută – masă.
 C. Pe baza observațiilor asupra stelelor s-a constatat că există o relație între luminozitatea și masa lor de forma $L \sim (\mathcal{M})^X$, unde L este luminozitatea, $\mathcal{M}$ masa, iar X este un exponent zecimal. Gasiți valoarea acestui exponent din analiza datelor pentru cele 8 stele din diagramă.

Steaua	Semiaxa mare (")	Paralaxa (")	Perioada (ani)	Raportul maselor	Magnitudinea componentei1	Magnitudinea componentei2
Procyon	4,55	0,287	40,65	0,36	0,35	10,8
η Cas	12,53	0,171	526	0,41	3,54	7,4
40 Eri	6,89	0,201	248	0,51	9,7	11,2
BD-84352	0,19	0,152	1,72	0,9	9,9	10

31. Noi trăim într-o galaxie supragigantă. Astfel de galaxii remarcabile ca luminozitate, dimensiuni și număr de stele se întâlnesc rar (una la aproximativ 10 000 de galaxii). Cea mai apropiată galaxie supragigantă față de galaxia noastră este M 31 (Andromeda). Are o magnitudine absolută de $-20,2^m$ și o magnitudine aparentă de $+4,3$. Are dimensiunile unghiulare $200' \times 90'$ și se poate vedea ca o pată luminoasă în constelația Andromeda. A) Calculați distanța până la galaxia Andromeda și dimensiunile sale, exprimate în a.l.; B) Determinați luminozitatea galaxiei, exprimată în luminozități solare.

32. Determinați, pe baza datelor din tabel, distanța până la fiecare galaxie și dimensiunile ei (în a.l.)

Denumire	Nr. NGC	Magnitudine aparentă	Magnitudine absolută	Dimensiuni (arcmin)
Norul Mare a lui Magellan	LMC	+0,4	-17,4	780'
Norul Mic al lui Magellan	SMC	+2,3	-16	180'
Galaxia Triangulum (M33)	598	+6	-17,6	73' $\times$ 45'
Galaxia Sombbrero(M104)	4594	+9,5	-21,2	9' $\times$ 4'
Whirlpool Galaxy (M51)	5194	+8,1	-21,4	11'

33. Un satelit de formă sferică, cu suprafața perfect reflectătoare, trebuie plasat în jurul Soarelui pe o orbită circulară de rază **3 UA**. Șeful tău nu știe să folosească telescopul și dorește să vadă cu ochiul liber satelitul. Pentru că nu dispui de foarte mult material pentru acoperirea suprafeței satelitului, decizi ca raza satelitului să fie cât mai mică astfel încât acesta să fie vizibil de pe Pământ, într-o singură poziție a satelitului pe traiectorie. Pentru aceasta, calculează raza satelitului și prezintă raționamentul tău în calculul razei acestuia. Se neglijează influența atmosferei și a fundalului cerului. Raza pupilei ochiului șefului este de aproximativ **3,2 mm**. Se dă magnitudinea aparentă a Soarelui **$m_0 = -26,8$** .

34. La un observator astronomic situat la o altitudine foarte mare (se pot neglija efectele atmosferice), se studiază un sistem binar de stele îndepărtat. Un sistem binar de stele este format din două stele care orbitează una în jurul celeilalte sub acțiunea interacțiunii gravitaționale. Observațiile se fac cu ajutorul unui fotometru care înregistrează strălucirea sistemului. În graficul de mai jos este reprezentată dependența magnitudinii aparente a sistemului binar în funcție de faza de rotație (raportul între intervalul de timp măsurat și perioada de rotație a sistemului). Se presupune că direcția de observare este în planul orbitei. Pe grafic au fost marcate o serie de faze **F1 – F6** ale sistemului binar, în care steaua 1 are raza mai mare decât steaua 2 și este mai strălucitoare decât aceasta.

1. Pe foaia de concurs desenează tabelul de mai jos și completează-l cu valorile din grafic corespunzătoare.

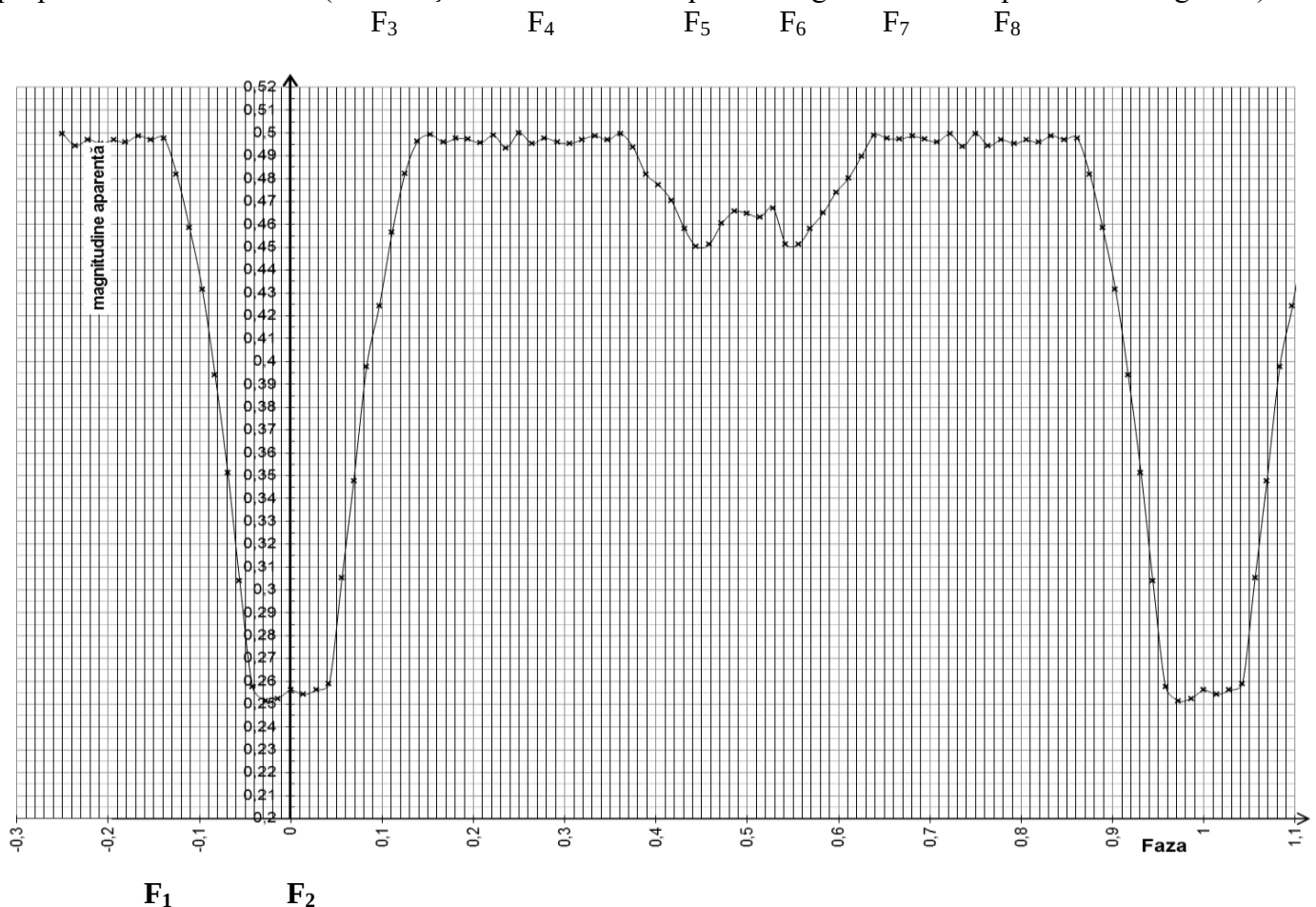
	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆	F ₇	F ₈
Valoare fază								

2. Analizează forma curbei de lumină pentru fiecare interval dintre fazele din tabel. Justifică forma curbei pe fiecare interval.

3. Calculează raportul razelor celor două stele.

4. Știind că steaua 1 are raza și respectiv masa egale cu ale Soarelui, calculează distanța dintre centrele celor două stele.

5. Calculează perioada de rotație a sistemului considerând că centrul de masă al sistemului binar este foarte apropiat de centrul stelei 1. (Observație: Valorile înscrise pe axa magnitudinilor nu pot fi decât negative.)



35. Cea mai importantă descoperire din Sistemul nostru Solar este aceea a planetei Eris, un corp ceresc, aflat dincolo de planeta Neptun.

a) *Să se determine* magnitudinea aparentă a planetei Eris, atunci când ea se află în opoziție, aproape de apheliu său, știind că în acel moment planeta Saturn se află în marea opoziție.

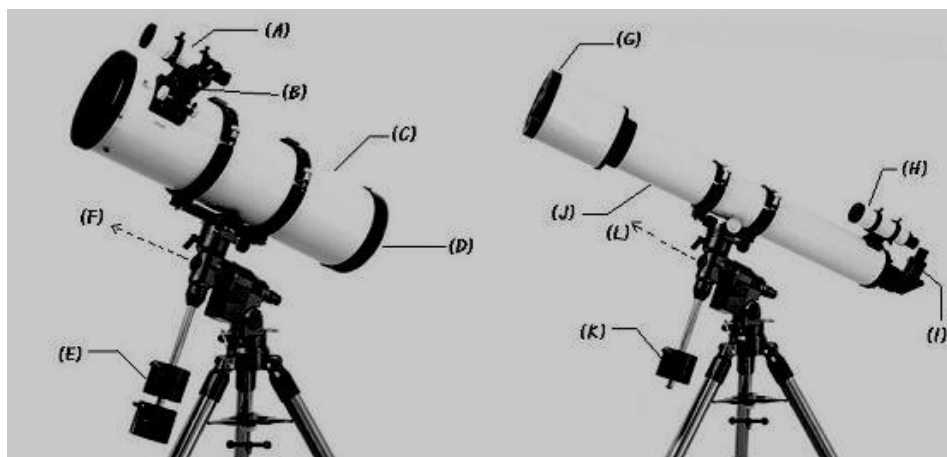
b) *Să se estimeze* după cât timp planeta Eris se va afla în opoziție aproape de periheliul său (marea opoziție). *Să se determine* magnitudinea aparentă a lui Eris și la marea opoziție (aproape de periheliul său), știind că în acel moment planeta Saturn se află în opoziție.

Pentru planeta Eris se cunosc: semiaxa mare a orbitei eliptice $a = 67,7$ UA, excentricitatea orbitei eliptice $e = 0,44$, albedoul suprafeței $A = 0,6$, raza planetei Eris $R = 1163$ km, perioada rotației în jurul Soarelui $P = 560$ ani. Pentru planeta Saturn se cunosc: raza orbitei circulare $r_s = 9,58$ UA, albedoul suprafeței $A_s = 0,342$, raza lui Saturn $R_s = 58\,232$ km, valorile maximă și respectiv minimă ale magnitudinii aparente $m_{\max} = 1,47$ și respectiv, $m_{\min} = -0,24$. Pentru planeta Pământ se cunoaște raza orbitei circulare $a_p = 1$ UA.

(ONAA 2018)

XI. Instrumente astronomice

1. În imagine sunt prezentate două telescoape cu diametrele $D_1 = 200$ mm și $D_2 = 150$ mm și distanțele focale (ale obiectivelor) $F_1 = 900$ mm, $F_2 = 1200$ mm. Răspundeți la următoarele întrebări:



a) Care credeți că este refractor și care este reflector? Justificați. Enumerați părțile lor componente.

b) Cât este rezoluția unghiulară și magnitudinea limită a fiecăruia?

c) Dacă avem la dispoziție oculare cu distanțele focale $f_1 = 9$ mm și $f_2 = 25$ mm, cât va fi grosismul fiecărui telescop? Care este cea mai potrivită combinație ocular – telescop pentru a observa: 1) planeta Jupiter; 2) Sistemul binar Albireo; 3) Roiul globular M13; 4) Marea Nebuloasă Orion?

2. “...Luna este deasupra orizontului, așa că i-am făcut pozele cerute cu un aparat de fotografiat (distanța focală $f = 500$ mm) și după dezvoltare am constatat că diametrul acesteia pe imaginea imprimată era $d_1 = 4,5$ mm. În același timp, Luna este fotografiată din una și aceeași parte, de pe un satelit al acesteia, cu un aparat identic și se obține o imagine cu diametrul de $d_2 = 250$ mm.”

Calculați perioada de rotație a satelitului pe orbita sa circulară în jurul Lunii, știind că distanța de la Pământ la Lună este $L = 384\,000$ km și $g_L = g_P / 6$.

(ONAA 2012)

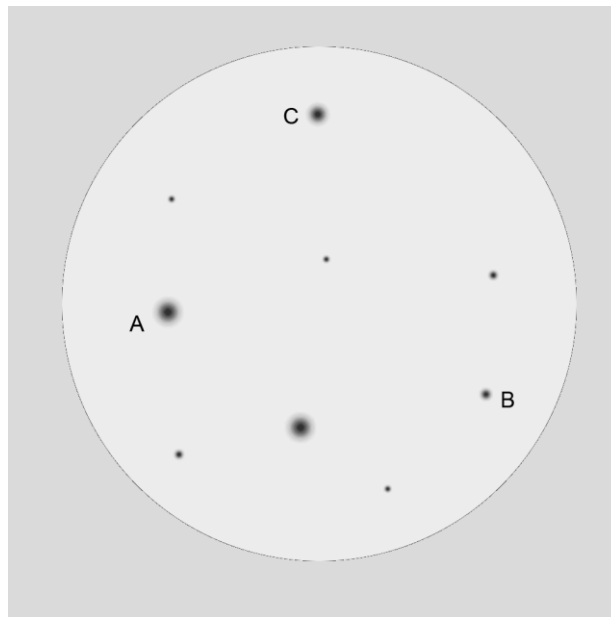
3. Un telescop are obiectivul cu un diametru de 90 mm și distanța focală de 1200 mm.

a) Cât trebuie să fie distanța focală a ocularului, dacă diametrul său este de 6 mm ?

b) Cât este grosismul telescopului?

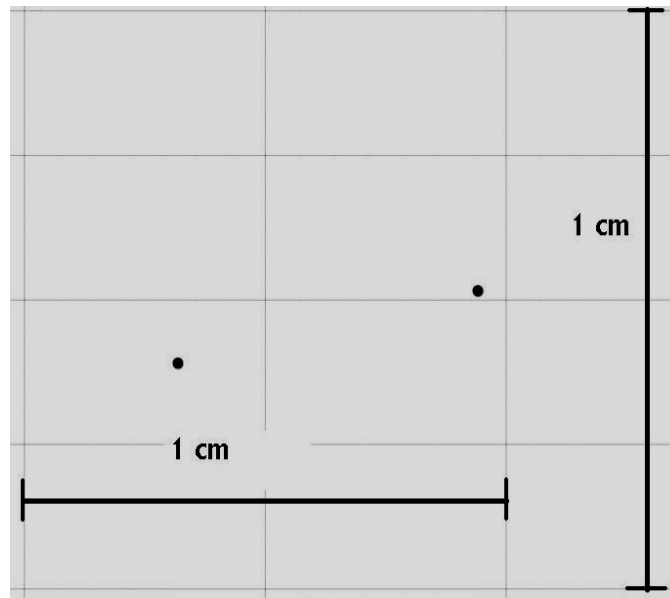
c) Ce diametru unghiular ar avea discul Lunii văzut prin acest telescop?

4. A) Distanța dintre componentele sistemului binar ζ Herculis este $1,38''$. Cât trebuie să fie diametrul minim al unui telescop pentru a rezolva sistemul?
 B) Dacă distanța focală a obiectivului este 80 cm, cât ar trebui să fie distanța focală a ocularului pentru a putea vedea separat componentele? Rezoluția ochiului observatorului este $2'$.
5. Luna a fost fotografiată printr-un telescop cu diametrul de 20 cm și distanța focală de 150 cm. Timpul de expunere a fost 0,1 s.
 a) Cât ar fi trebuit să fie timpul de expunere, pentru aceeași calitate a imaginii, la un alt telescop cu diametru de 15 cm și distanța focală de 200 cm?
 b) Dacă fiecare telescop e dotat cu un ocular cu distanța focală de 25 mm, cât este mărirea unghiulară a fiecărui telescop?
 c) Cât este diametrul unghiular al imaginii Lunii, văzută prin fiecare dintre aceste telescoape?
6. Un telescop are diametrul de 100 mm, distanța focală a obiectivului, $F = 1000$ mm și distanța focală a ocularului, $f = 20$ mm. a) Calculați grosimentul, rezoluția unghiulară și magnitudinea limită a telescopului. B) Determinați diametrul unghiular al discului lunar văzut prin acest telescop. Diametrul aparent al Lunii, văzută cu ochiul liber, este de $31'$.
7. În imagine este prezentat câmpul unui instrument astronomic cu diametrul de 150 mm și distanța focală de 1625 mm. Pentru a obține acest câmp este utilizat un ocular Plossl (câmp aparent 52 de grade) de 25 mm, distanță focală. A) Sa se determine diametrul câmpului observat și să se aprecieze distanța între stelele A și B, precum și între A și C; B) În această configurație instrument-ocular, s-ar putea observa întreg discul lunar în câmpul ocularului? (ONAA 2006)

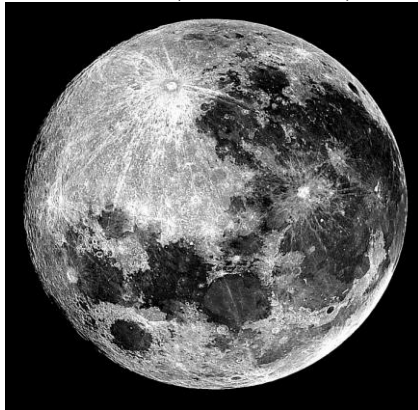


8. Privită printr-un telescop, steaua α Geminorum apare ca o stea dublă, de componente cu magnitudine aparentă de $1,99^m$, respectiv $2,85^m$. Separarea unghiulară este de 2,37 secunde de arc. A) Determinați magnitudinea aparentă a sistemului binar. B) Care este distanța dintre stele, dacă sistemul se află la 14 pc de noi? C) Care este diametrul minim al instrumentului folosit pentru observarea separată a componentelor stelei binare? Presupunem că separarea unghiulară s-a observat în domeniul vizibil, adică la lungimea de undă de 550 nm.

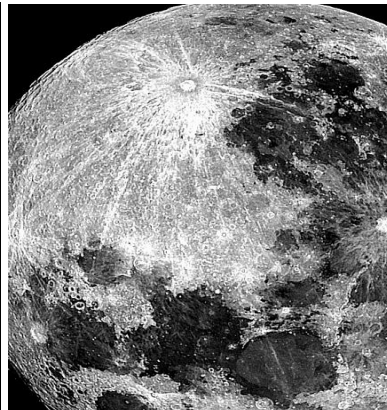
9. În câmpul vizual al ocularului unui telescop cu $f_{ob} = 1230 \text{ mm}$ și $f_{oc} = 7,5 \text{ mm}$ se observă imaginea din figură, a sistemului binar Albireo. Determinați distanța unghiulară dintre componentele sistemului.



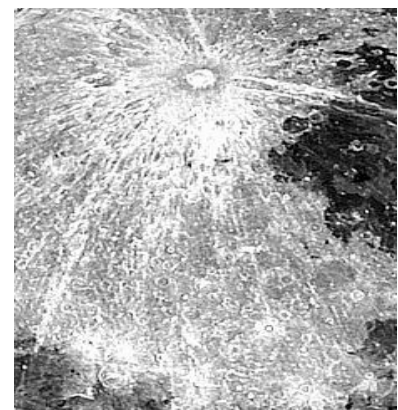
10. Se dau 3 fotografii ale discului lunar obținute cu același telescop dar cu oculare diferite ca distanță focală: $f_1 = 6 \text{ mm}$, $f_2 = 25 \text{ mm}$, $f_3 = 12 \text{ mm}$. Precizați corespondența între numărul fotografiei și distanța focală a ocularului folosit. (ONAA 2013)



1.



2.



3.

11. Luna a fost observată în faza de Lună Plină cu un telescop refractor cu distanța focală a obiectivului $F = 500 \text{ cm}$. În planul focal al obiectivului telescopului s-a aflat o placă fotografică.

Să se reconstituie într-un desen, la scară reală, cu detaliile principale, imaginea apărută pe placa fotografică după developarea acesteia. Reperul „sus” de pe desen trebuie să coincidă cu reperul „sus” de pe placa fotografică.

12. Un astronaut aflat într-o navetă spațială care zboară la înălțimea $h = 161 \text{ km}$, poate să distingă la limită două puncte luminoase foarte apropiate de pe suprafața Pământului. Să se calculeze distanța liniară dintre cele două puncte, presupunând că astronautul se află în condiții ideale de vizibilitate. Diametrul pupilei ochiului astronautului este de 5 mm , iar lungimea de undă a radiației vizibile este $\lambda = 550 \text{ nm}$.

13. O lunetă are distanța focală a obiectivului de 90 cm , diametrul de 5 cm și distanța focală a ocularului, de 6 mm . A) Să se calculeze parametri lunetei: mărirea unghiulară, puterea de separare, puterea de pătrundere; B) Pentru a studia Soarele, cea mai bună metodă este proiecția imaginii discului solar pe un ecran. Să se calculeze dimensiunea acestei proiecții, dacă ecranul este situat la o distanță de 50 cm față de ocularul lunetei.

- 14.** Un sistem binar se află la o distanță de 20 a.l. și are între componente distanța de 200 milioane km. Să se afle dacă stelele pot fi studiate individual atunci când sunt privite prin telescopul spațial Hubble (HST) care are rezoluția de $0,05''$. De la ce distanță se poate vedea un gândăcel cu lungimea de 1 cm folosind telescopul spațial HST?
- 15.** Metodele interferometrice moderne au permis ca, folosind mai multe telescoape care lucrează în paralel, să se obțină o rezoluție similară cu a unui telescop cu diametrul de peste 300m. Care este rezoluția unghiulară obținută de un asemenea sistem la observații în lungimea de undă de 550 nm?
- 16.** Așa-numitul radio-interferometru VLBA are 10 unități localizate în Statele Unite ale Americii, din Hawaii până în Insulele Virgine. În cazul în care VLBA este utilizat pentru a obține imaginea unor radosurse la o lungime de undă de 3,6 cm, ce rezoluție unghiulară poate fi atinsă?
Se va considera că distanța dintre Hawaii și Insulele Virgine este de aproximativ 8000 km.
- 17.** O navă cosmică efectuează o coborâre lentă pe suprafața Lunii. Ce dimensiuni minime trebuie să aibă nava pentru a putea fi urmărită cu ajutorul telescopului BTA, al cărui obiectiv este o oglindă cu diametrul de 6 m? Lungimea de undă a luminii este $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$. Distanța până la suprafața Lunii se consideră 360 000km.
- 18.** Un telescop are diametrul de 150 mm, un grosiment minim $G_1 = 37,5$ și un grosiment maxim $G_2 = 375$. A) Știind că se folosesc oculare cu distanțele focale între 40mm și 4mm, să se determine distanța focală a obiectivului instrumentului. B) La grosiment minim, câmpul vizual al telescopului este de $48'$. Grosimentul rezolvant este grosimentul minim care permite, prin mărirea imaginii, să se depășească limita de rezoluție a ochiului observatorului ($G_R = R \text{ (mm)}$). Să se afle care dintre următoarele obiecte deep-sky intră complet în câmpul vizual și pot fi observate la $G = G_R$.
- | Obiect | Diametru | Magnitudine | Obiect | Diametru | Magnitudine |
|--------|----------|-------------|--------|----------|-------------|
| M 103 | 6' | 7 | M 33 | 80' | 6,2 |
| M 34 | 42' | 5,7 | M 13 | 21' | 6,8 |
| M 64 | 10' | 9,6 | M 15 | 18' | 7 |
| M 57 | 1' | 9,3 | M 101 | 22' | 8,2 |
| M 44 | 100' | 3,9 | M 31 | 180' | 4,3 |
- 19.** Un telescop de tip newtonian are distanța focală de 1 m și un raport $F/D=5$, D fiind diametrul oglinzii principale. Dispunem de două oculare cu distanțele focale de $f_{oc1}=15 \text{ mm}$ și respectiv $f_{oc2}=28 \text{ mm}$, ambele cu o lărgime a câmpului vizual de 52° .
La nevoie, în locul ocularului se poate monta o cameră CCD cu care se pot înregistra imagini ale cerului. Camera CCD are o rezoluție de 11 Mpixeli și un format foto de 4:3. Pixelii sunt de formă pătrată, dimensiunea lor fiind de $0,94 \mu\text{m}$. Se cere:
- diametrul pupilei de ieșire al telescopului (diametrul fascicolului luminos la ieșirea din ocular) pentru cele două oculare;
 - să se precizeze care ocular este mai potrivit pentru observații deep-sky și să se motiveze răspunsul dat;
 - lărgimea câmpului vizual al telescopului;
 - magnitudinea limită a telescopului dacă se cunoaște magnitudinea limită a ochiului, $m = 6$ și diametrul pupilei ochiului, $d = 6 \text{ mm}$;
 - Se înlocuiește ocularul telescopului cu camera CCD. Care este noul câmp vizual al telescopului?
 - Mizar este un sistem cvadruplu. Între componentele mai luminoase există o separare de $14,7''$ iar între componentele mai apropiate o separare de $0,015''$. Ce distanță, exprimată în pixeli, va fi între imaginile componentelor mai luminoase?
 - care ar trebui să fie rezoluția senzorului pentru a distinge componentele cele mai apropiate?
 - cu ajutorul camerei CCD se pot înregistra 1350 imagini în 10 secunde a unei stele de magnitudine $m_1=8,7$ sau 75 de imagini în 300 de secunde a unei stele de magnitudine m_2 . Aflați m_2 .

i) creșterea magnitudinii limită a telescopului se poate face în două moduri: fie prin creșterea diametrului oglinzii principale, fie prin creșterea timpului de expunere. Care va fi noua magnitudine limită dacă durata timpului de expunere este de o oră? (ONAA 2010)

20. Limita de difracție a unui telescop (rezoluția unghiulară în condiții perfecte) este dată de formula:

$$\alpha'' = 2,5 \times 10^5 \times \frac{\lambda}{D}, \text{ unde } \lambda \text{ este lungimea de undă a radiației, iar } D \text{ este diametrul telescopului.}$$

Cele două mărimi trebuie exprimate în aceeași unitate de măsură.

- A. Care este rezoluția unui telescop cu diametrul de 400 mm pentru radiația vizibilă, cu lungimea de undă de 550 nm? Dar rezoluția telescopului Hubble ($D = 2,4 \text{ m}$)?
- B. Cât de mare trebuie să fie diametrul unui telescop pentru a obține o rezoluție de 0,001" pentru radiația vizibilă ($\lambda_1 = 550 \text{ nm}$) și pentru domeniul ultraviolet ($\lambda_2 = 155 \text{ nm}$) ?
- C. Cât este limita de difracție a unui radiotelescop cu diametrul de 100 m (ex. Arecibo) care recepționează unde radio cu $\lambda = 21 \text{ cm}$? Compară cu rezoluția telescopului Hubble în vizibil. De ce radiotelescoapele trebuie să aibă diametre mult mai mari decât telescoapele optice?
- D. Dispunem de o antenă de satelit parabolică, cu diametrul de 0,5 m și dorim să o folosim ca radiotelescop. Vrem să observăm, în unde radio, un nor molecular de hidrogen neutru, care emite radiații cu lungime de undă de 21 cm. Cât ar fi rezoluția unghiulară a acestui radiotelescop?

21. Aflat în vizită la bunici, descoperi în podul casei, într-un cufăr, un telescop și într-un plic următorul mesaj. „Dragă nepoate, știu că peste ani vei fi pasionat de astronomie. Drept pentru care, vei găsi în cufăr un telescop cu diametrul $D = 200 \text{ mm}$. E un telescop foarte bun, ai grijă de el. Cu ajutorul lui am făcut o descoperire uluitoare. Era în noaptea de 1 noiembrie 1932 și dintr-o dată am observat pe cer o supernovă.

Evident că avea strălucirea maximă și, corespunzător magnitudinea ei era $m_0 = -6^m$, fiind vizibilă cu ochiul liber. Urmărind-o noapte de noapte, strălucirea ei a început să scadă, și pe la 1 martie 1934 nu am mai văzut-o cu ochiul liber, dar am mai putut să o observ cu ajutorul telescopului până la data de”

Și aici mesajul s-a întrerupt. Știi că strălucirea supernovei, notată E , la momentul t (exprimat în luni), măsurat de la momentul strălucirii maxime, este determinată cunoscând strălucirea supernovei, E_0 la momentul strălucirii maxime, cu ajutorul formulei $E = E_0 \cdot 10^{-t/k}$, unde k este o constantă ce trebuie determinată. Calculează data calendaristică limită (indicând luna și anul) până la care bunicul a mai putut observa supernova cu ajutorul telescopului. (ONAA 2014)

22. Cu ajutorul unui telescop cu raza $R = 3 \text{ m}$ se fotografiază în vizibil, $\lambda = 500 \text{ nm}$, nebuloasa Andromeda. Ce interval de timp este necesar pentru ca, prin compararea fotografiilor obținute să putem constata rotația reciprocă a Galaxiei noastre și a nebuloasei Andromeda în jurul centrului de masă comun? Distanța până la Andromeda este $d = 1,4 \cdot 10^{11} \text{ UA}$, iar masa nebuloasei Andromeda este $M_A = 3,6 \cdot 10^{11} M_S$, masa Galaxiei noastre este $M_G = 2,5 \cdot 10^{11} M_S$.

23. Raportul maselor lui Pluto și Charon este de 8:1. Perioada de rotație a lui Charon în jurul lui Pluto este de 6,387 zile. Cunoscând masa lui Pluto, $M_{Pl} = 1,31 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, raza lui Pluto, $R_{Pl} = 1195 \text{ km}$, $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, precum și distanța minimă Pluto – Pământ, $4284,7 \cdot 10^6 \text{ km}$, distanța maximă Pluto – Pământ, $7528 \cdot 10^6 \text{ km}$:

- a) determinăți semiaxa mare a orbitei lui Charon în jurul lui Pluto;
- b) găsiți raportul $a:R_{Pl}$, unde a reprezintă distanța dintre centrul de masă al sistemului Pluto – Charon și centrul planetei Pluto;
- c) Care ar trebui să fie diametrul minim al unui telescop optic pentru a rezolva sistemul Pluto – Charon de pe Pământ, ignorând efectele atmosferei terestre?

XII. Aplicații ale analizei spectrale în astronomie

1. În tabelul de mai jos sunt 7 tipuri de radiație și unele proprietăți ale lor. Asociază numărul de ordine al radiației cu litera corespunzătoare proprietății ce o caracterizează:

Tip de radiație	Proprietăți
1. Radiațiile gamma	a. Au cea mai mare lungime de undă
2. Radiațiile X	b. Au cea mai mare energie
3. Ultraviolet	c. Este percepută de ochiul uman
4. Lumina vizibilă	d. Adesea este folosită pentru a găti
5. Infra-roșu	e. Nu este percepută de ochiul uman, dar poate determina încălzirea corpurilor
6. Microunde	f. Ne ajută să “vedem” oasele fracturate
7. Unde radio pe care le “prinzi” cu ajutorul radioului	g. Poate produce bronzarea

2. Lungimea de undă a unei linii spectrale a hidrogenului, în spectrul vizibil, este $\lambda_0 = 656,285 \text{ nm}$. În spectrul unei stele, aceeași linie spectrală are lungimea de undă $\lambda = 656,255 \text{ nm}$. Determinați viteza radială a stelei față de Pământ.

3. O altă linie spectrală a hidrogenului, în laborator, are lungimea de undă $\lambda_0 = 121,6 \text{ nm}$. În spectrul stelei A, linia are $\lambda_1 = 121,59 \text{ nm}$, iar în spectrul stelei B, $\lambda_2 = 121,63 \text{ nm}$. Care sunt valorile vitezelor radiale ale celor două stele?

4. La ce lungimi de undă se observă următoarele linii spectrale?

- i. $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$, de la o stea care se apropie cu viteza de 100 km/s ;
- ii. linia H_I emisă în banda radio de 21 cm de un nor de hidrogen neutru care se îndepărtează de noi cu o viteză de 200 km/s ;
- iii. linia Ca_{II} a calciului ionizat, $\lambda_0 = 397 \text{ nm}$, emisă de o galaxie ce se îndepărtează de noi cu o viteză de $60\,000 \text{ km/s}$;
- iv. linia spectrală cu frecvența de 1420 MHz , emisă de o nebuloasă ce se apropie cu viteza de 1000 km/s .

5. Pentru două stele A și B maximul de intensitate a radiației lor s-a găsit la lungimile de undă de 6500 Angströmi , respectiv 4000 Angströmi . Știind că raza stelei A este de două ori raza stelei B, găsiți diferența dintre magnitudinile lor absolute.

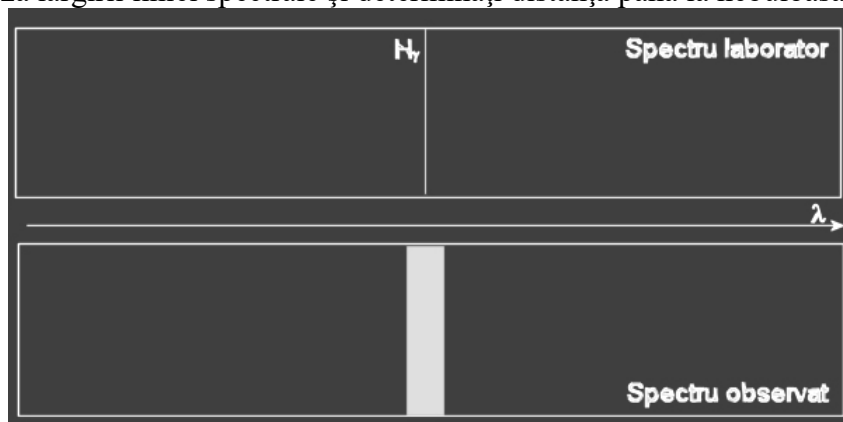
6. Stelele A și B au aceeași strălucire printr-un filtru roșu, stelele B și C – printr-un filtru verde, iar A și C – printr-un filtru albastru. Se mai știe că steaua A este mai strălucitoare decât steaua B în domeniul verde. Așezați cele trei stele în ordinea crescătoare a temperaturilor lor. (ONAA 2006)

7. În spectrul unei nebuloase în expansiune, linia de hidrogen H_α se extinde într-o zonă de lungimi de undă $6541 - 6585 \text{ Angströmi}$. Nebuloasa are un diametru unghiular de 1° și este o rămășiță a unei explozii stelare care a avut loc acum $10\,000$ de ani. Să se determine dimensiunea liniară a nebuloasei și distanța până la ea.

8. Observând linia spectrală cu lungimea de undă $\lambda = 0,59 \mu\text{m}$, în direcțiile marginilor opuse ale Soarelui, de-a lungul ecuatorului, se constată o diferență de lungime de undă $\Delta\lambda = 8 \text{ pm}$. Determinați perioada de rotație a Soarelui în jurul axei proprii. ($R_\odot = 696\,000 \text{ km}$.) (ONAA 2012)

9. În spectrul unei nebuloase planetare în expansiune se observă lărgirea unei linii spectrale corespunzătoare lungimii de undă $\lambda_0 = 434,2 \text{ nm}$ (linia Balmer, H_γ), aceasta fiind înlocuită cu o bandă de emisie îngustă, de 4nm. În figură este prezentată o porțiune a spectrului nebuloasei, comparată cu spectrul de laborator corespunzător aceluiași lungimi de undă. Diametrul aparent măsurat la 1 februarie 1996 al nebuloasei era de $10''$. După 10 ani, la 1 februarie 2006 se constată extinderea nebuloasei, aceasta având diametrul aparent de $15''$, lărgimea benzii H_γ rămânând practic aceeași, 4nm.

Explicați cauza lărgirii liniei spectrale și determinați distanța până la nebuloasă.



(ONAA 2006)

10. În spectrul planetei Jupiter s-au observat două maxime de radiație în lungimile de undă $5 \times 10^{-5} \text{ cm}$, respectiv $1 \times 10^{-3} \text{ cm}$. Cum se pot explica, pe baza legii lui Wien ($\lambda_{\text{max}} T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m.K}$), aceste două maxime de radiație?

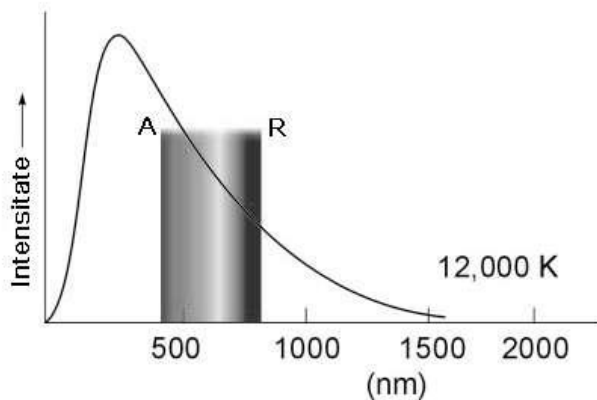
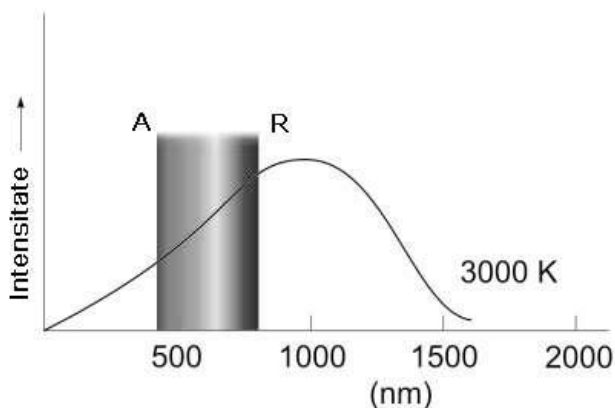
11. Steaua dublă Antares ($\alpha \text{ Sco}$) are componentele A și B. Componenta A are culoare roșie, având maximul radiației la lungimea de undă $\lambda_{\text{maxA}} = 960 \text{ nm}$ și componenta B, culoare albastră, având maximul radiației la lungimea de undă $\lambda_{\text{maxB}} = 232 \text{ nm}$. Să se determine: a) temperatura la suprafața fiecărei stele ; b) raportul diametrelor componentelor sistemului, dacă raportul luminozităților lor este $L_A / L_B = 40$.

Se cunosc datele pentru Soare: $\lambda_{\text{max}} = 500 \text{ nm}$ și $T_{\text{Soare}} = 6\,000^\circ \text{C}$.

12. În cele două imagini sunt prezentate spectrele emise de o stea care are temperatura superficială de 3000K și a unei alte stele cu temperatura superficială de 12.000K. Ambele figuri au reprezentate și domeniul vizibil cu ochiul, în care s-a marcat cu A – capătul dinspre albastru al spectrului vizibil și cu R – capătul dinspre roșu al spectrului vizibil. Se cere:

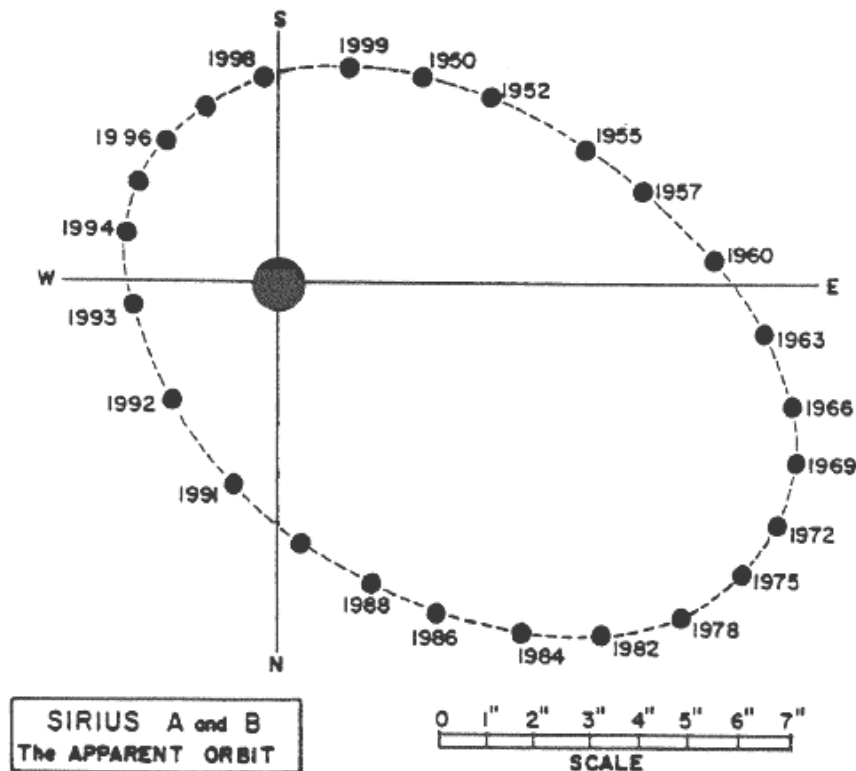
1. Să se indice mărimea prezentată pe axa Ox (pentru ambele grafice) ;
2. Ce culoare va prezenta steaua din figura 1 și ce culoare steaua din figura 2;
3. Să se verifice pe aceste două grafice legea lui Wien.

(ONAA 2010)



13. Sistemul binar de stele Sirius format dintr-o stea normală – A și o pitică albă – steaua B, prezintă particularitatea că poate fi analizat atât prin observare directă cât și spectroscopic. În figura 1, este reprezentată orbita lui Sirius, considerând steaua A ca referențial fix. Distanțele până la pitica albă (B) reprezintă separația dintre cele două stele la diferite momente de timp.

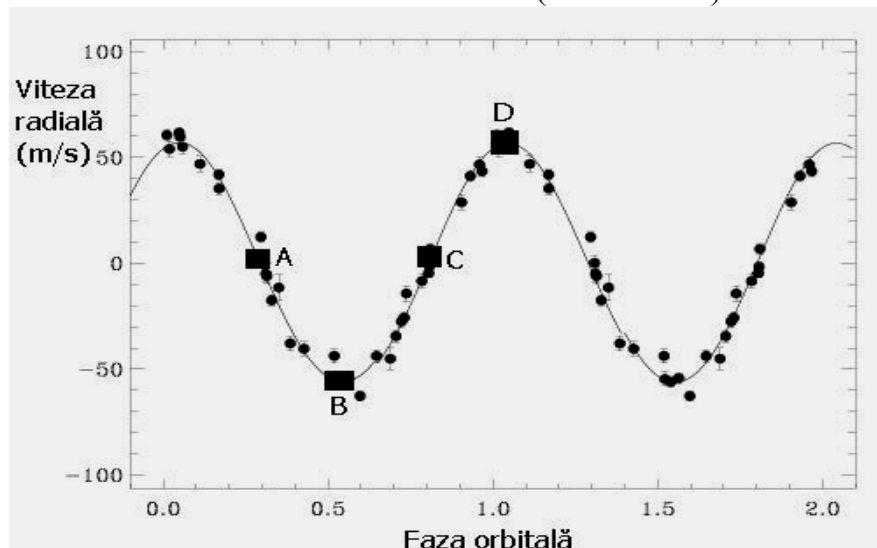
- Determinați perioada orbitală a sistemului. Estimează eroarea cu care poți determina perioada.
 - În figura 1. Orbita pare a fi eliptică deși, dacă planul unei orbite circulare este înclinat față de direcția de observare, orbita pare tot o elipsă. Argumentează, pe baza figurii, că orbita este eliptică.
 - Determinați semiaxa mare aparentă a sistemului binar, exprimată în secunde de arc;
 - Paralaxa centrului de masă este $\pi = 0,379''$. Determinați mărimea fizică a semiaxe mari.
 - Dacă orbitele celor două stele ar fi reprezentate luând ca referențial centrul de masă, atunci orbita stelei B ar fi de 2,4 ori mai mare decât orbita stelei A. Determinați masele celor două stele.
 - Cunoscând magnitudinile bolometrice aparente ale celor două stele: Sirius-A: $M_A = -2,1$, Sirius-B : $M_B = +8,3$, calculează luminozitatea fiecărei stele în funcție de luminozitatea Soarelui L_O . Magnitudinea bolometrică absolută a Soarelui este +4,6.
 - Calculează, folosind legea Stefan- Boltzmann, razele celor două stele în funcție de $R_\odot$. Se cunosc temperaturile la suprafața Soarelui și respectiv a celor două stele $T_O = 5800K$, $T_A = 11200K$, $T_B = 28500K$
 - Calculează densitatea medie a celor două stele. Se dau $R_{\text{Soare}} = 7 \times 10^{10} \text{ cm}$, $M_{\text{Soare}} = 2 \times 10^{33} \text{ g}$.
- (ONAA 2009)



14. De câteva sute de ani, cercetători și astronomi amatori se întreabă dacă există planete extrasolare, orbitând stele având o structură asemănătoare Soarelui. Cu toate acestea, abia în 1995 la Observatorul din Geneva, a fost anunțată descoperirea unei planete orbitând în jurul stelei ce are aceeași masă cu Soarele, 51 Pegasi. Pentru a detecta astfel de planete sunt utilizate metode indirecte, întrucât lumina reflectată de planetă este de cele mai multe ori imposibil de identificat, datorită strălucirii stelei în jurul căreia orbitează.

Printre metodele indirecte se numără măsurători asupra vitezei radiale (considerată și cea mai eficientă), eclipse, lentile gravitaționale și altele.

- a) Explicați cât mai amănunțit fenomenul de variație a vitezei radiale a stelelor. Determinați în cazul Soarelui viteza de rotație în jurul centrului de masă numai datorită mișcării pe orbită a planetei Jupiter.
- b) În cazul stelei 51 Peg astronomii au identificat o variație a vitezei radiale cu o perioadă de 4,23 zile. Considerând curba de variație a vitezei radiale din figura 3, ilustrați printr-un desen poziția stelei 51 Peg relativ la centrul comun de masă al sistemului stea – planetă, pentru fiecare din cazurile A, B, C și D.
- c) Determinați distanța la care orbitează planeta și limita inferioară a masei acesteia în funcție de masa planetei Jupiter. Poate fi această masă determinată exact? (ONAA 2009)



15. În figură este reprezentat graficul vitezei radiale a componentei secundare a unui sistem stelar binar.

- a) Determină viteza sistemului în raport cu observatorul și sensul acesteia;
- b) Determină elementele orbitei (perioada, excentricitatea, semiaxa mare, semiaxa mică);
- c) Se presupune că raza vizuală este situată în planul orbitei și este paralelă cu una din axele elipsei. Determinați cu care axă este paralelă raza vizuală. (OJAA 2010)

16. Din spectrele a trei quasari foarte îndepărtați se deduc următoarele mărimi:

Nr. Crt.	Numele de catalog	Lungimea de undă a radiației de intensitate maximă (Angstromi)	Magnitudinea aparentă
1	H 1321+058	7000	12, 8
2	H 1321+240	6800	11, 6
3	H 1419+480	7900	13, 2

Linia spectrală cea mai proeminentă din fiecare spectru este datorată hidrogenului H_{α} având lungimea de undă în repaus este $\lambda_0 = 6562$ Angstromi. Veți presupune în această problemă că valoarea constantei Hubble este $H = 70 \text{ km/s} \times \text{Mpc}$.

- a). Calculați deplasarea către roșu a radiației emise de fiecare quasar, viteza de recesie și distanța la care se află față de noi. Trebuie luat în considerare un efect Doppler relativist, în acest caz.
- b). Calculați luminozitatea fiecărui quasar, exprimată în luminozități solare. ($M_{\text{soare}} = 4,87$)

17. La un quasar s-a măsurat deplasarea spectrală relativă $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3,2$. A) Să se determine viteza de recesie corespunzătoare acestei valori (efect Doppler relativist, $\theta = 0^0$); b) Considerând constanta Hubble egală cu $H = 75 \text{ km/s} \times \text{Mpc}$, să se determine distanța până la quasar.

18. În figura următoare sunt ilustrate spectrele emise de cinci galaxii bogate în sodiu și hidrogen, comparativ cu spectrul emis de o sursă aflată în repaus.

- Ordonăți crescător galaxiile folosind drept criteriu vitezele radiale, față de galaxia noastră. Dați o justificare calitativă pentru răspunsul dat;
 - Folosind dubletul sodiului și rastrul din figură pentru a aprecia deplasările spre roșu, determinați vitezele radiale ale galaxiilor, față de galaxia noastră (Considerăm viteza luminii în vid $c = 300.000 \text{ km/s}$);
 - Pentru primele patru galaxii, distanțele estimate la care se află față de galaxia noastră sunt trecute în tabelul de mai jos. Folosind aceste valori, determinați constanta Hubble.
- Se știe că diferența dintre linia de lungime de undă mai mare a sodiului și linia roșie a hidrogenului este $\Delta\lambda = 66 \text{ nm}$, linia roșie a hidrogenului având lungimea de undă $\lambda = 655 \text{ nm}$.

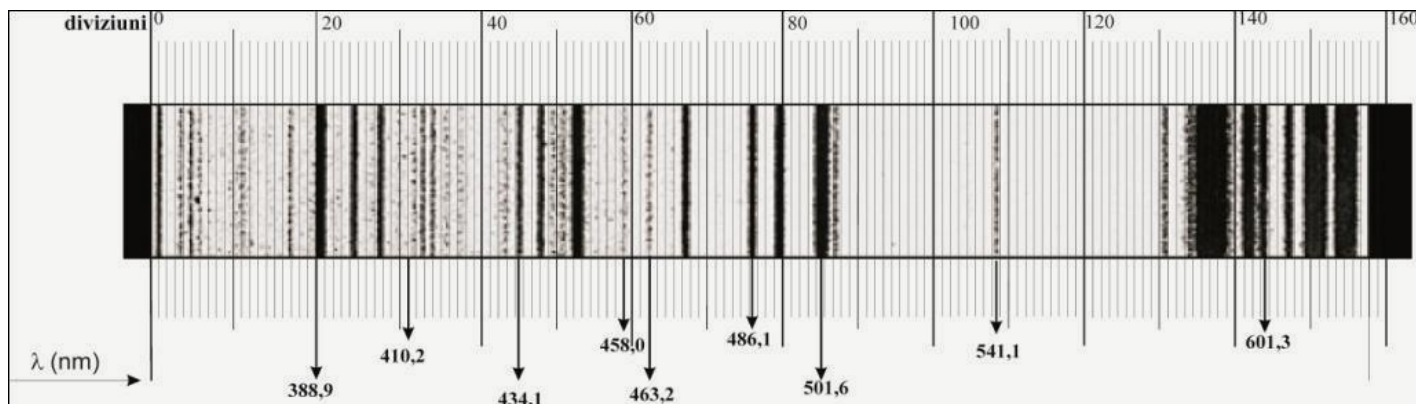
Galaxia	A	B	C	D
Distanța (Mpc)	220,7	164,2	366,4	219,4

19. Temperatura la suprafața Soarelui este T_s , raza R_s iar luminozitatea L_s .

- O supergigantă are temperatura $5 T_s$ și luminozitatea $8 \times 10^5 L_s$. Care este raza și culoarea stelei?
- Cea mai rece stea descoperită (pitică T) are o temperatură $T_s / 8$ și o luminozitate $5 \times 10^{-6} L_s$. Determinați raza stelei în raze jupiteriene ($R_J = 71 492 \text{ km}$)
- Un obiect are o temperatură egală cu $2 T_s$ și luminozitatea de $5 \times 10^{-2} L_s$. Determinați raza obiectului în raze terestre ($R = 6378 \text{ km}$) Ce tip de obiect este?

20. Pentru identificarea elementelor ce intră în compoziția diferitelor corpuri cerești se folosește metoda spectroscopiei calitative. Metoda constă în compararea spectrului radiației electromagnetice provenite de la un corp ceresc cu spectrul de emisie sau absorbție al unor elemente /substanțe - spectru de referință - obținut în laborator. Prin comparare, se caută linii spectrale din spectrul de referință care corespund liniilor spectrale din spectrul corpului ceresc investigat.

- Etalonarea spectrului de referință.** În figura 1 este fotografia spectrului de absorbție al unei substanțe martor.
 - Trasați curba de calibrare $\lambda = f(d)$ a spectrului din Figura 1.



b. Identificați poziția fiecăreia dintre liniile spectrale ale hidrogenului, respectiv ale heliului din tabelul 1, prezente în spectrul de referință. Rezultatul va fi prezentat sub formă tabelară. Numărul de zecimale pentru valorile distanței **d** va fi conform preciziei scalei de măsură – justificare.

Element	d - diviziuni	Lungime de undă
---------	---------------	-----------------

Tabel 1

Linia spectrală	λ (nm)	Linia spectrală	λ (nm)
H	656,3	He	388,9
H	486,1	He	458,9
H	434,0	He	463,2
H	410,0	He	541,1
H	396,9		

21. Observând planeta Saturn de pe asteroidul Saltis, astronomul amator Celest a înregistrat eclipsările lui Titan de către Saturn. Având la dispoziție un anuar vechi, astronomul amator înregistrează diferențe mari între datele observaționale înregistrate de el și datele din anuar. După ani de observații, a constatat că diferențele sunt maxime când Saturn e în apropiere de opoziție sau conjuncție (cu Soarele, văzut de pe asteroid). Astfel a realizat că diferențele apar datorită caracterului finit al vitezei luminii, și verificând anuarul, a observat că datele din anuar sunt în sistem heliocentric și nu cum ar fi văzute de pe Saltis. Având toate datele observaționale, Celest a decis să calculeze viteza luminii. În această problemă trebuie să refaceți calculele lui Celest utilizând observațiile sale. Unitățile de măsură pentru lungime și timp utilizate sunt diferite de cele utilizate pe Pământ; unitatea de măsurare a timpului este *pinit* și este definit astfel: 1000 pinit = 1 rotație sinodică a asteroidului Saltis. Pentru lungimi folosește unitatea de măsură *seter*, definit ca fiind 10^{-9} din distanța medie Soare – Saltis.

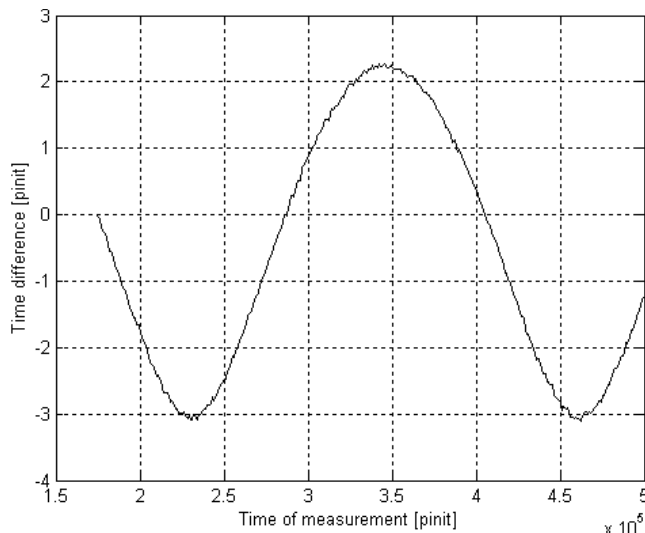
Tabel 1 *Eclipsarea lui Titan de către Saturn*

Anuar (pinit)	Celest (pinit)	Comentarii
456,47	450,32	Opoziție
18,50	12,28	Opoziție
821,41	815,29	Opoziție
444,70	450,85	Conjuncție
615,43	621,52	Conjuncție
791,94	798,02	Conjuncție

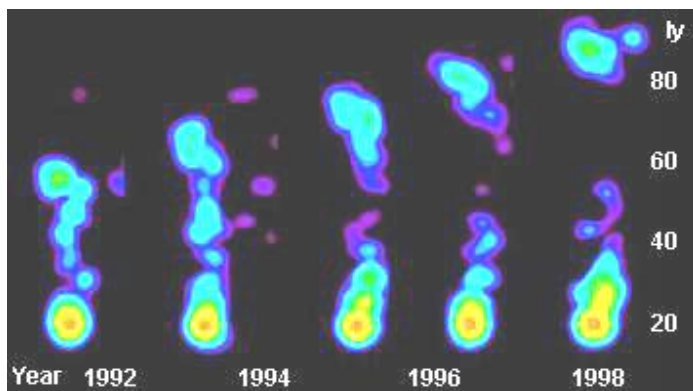
Datele din anuar sunt înregistrate în momentul în care un observator aflat pe Soare observă începutul eclipsei. Timpul începutului eclipsei, văzută de pe Saltis. Eroarea de măsurare este 0,03 pinit.

Poziția lui Saturn în momentul eclipsării nu a fost niciodată exact la opoziție sau conjuncție, însă a fost foarte aproape. **Figura 1:** Diferențele dintre observațiile lui Celest și tipul receptării semnalelor radio de pe Pământ. a) Estimați perioada orbitală a asteroidului Saltis, folosind graficul din figura 1.

b) Cunoscând $1\text{UA} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$ și $c = 2,988 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ calculați câți metri are un seter și câte secunde are un pinit.



22. Superluminal motion. Unele radio galaxii, quasari și recent câteva surse galactice denumite microquasari prezintă fenomenul denumit **superluminal motion**. Efectul constă în ejectarea, cu viteză foarte mare, a unor mase de materie incandescentă de către AGN (Activ Galactic Nucleus) – jeturi de materie. Un jet incandescent relativist pleacă din centrul unui nucleu galactic activ, deplasându-se pe direcția AB, cu viteza v așa cum indică desenul din figura alăturată. Viteza aparentă măsurată pe Pământ a jetului este $v_{\text{ap}} = 3,6c$. Observatorul de pe Pământ, vede fascicolul într-un interval de timp dat, sub unghi foarte mic $\phi = 1,5^\circ$. **a.** Explică de ce valoarea aparentă măsurată nu reprezintă o încălcare a principiilor teoriei relativității restrânse. **b.** Calculează viteza reală a jetului în raport cu observatorul. (ONAA 2016)



O

A

23. În cursul observațiilor radio a galaxiei Cygnus A, efectuate în banda radio $\Delta\nu = 1\text{Hz}$, radiația cu frecvența $\nu_0 = 10^3\text{Hz}$ are valoarea măsurată a densității fluxului de radiație $\phi = 2,18 \cdot 10^{-27} \text{ J} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$.

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0,170$$

Factorul de deplasare către roșu are valoarea:

a. Care este valoarea frecvenței măsurate în raport cu sistemul de referință legat de Cygnus A corespunzătoare radiației observate?

b. Care este luminozitatea radio per bandă de frecvență la frecvența $\nu_0 = 10^3\text{Hz}$, dacă distanța până la galaxia Cygnus A este $d = 240 \text{ Mpc}$?

c. Pentru a calcula luminozitatea radio a lui Cygnus A, trebuie multiplicat rezultatul de la punctul precedent cu lărgimea de bandă a detectorului pe care o presupunem $\Delta\nu' = 10^4 \text{ Hz}$.

Calculează energia radiată în domeniul radio-frecvențelor de către galaxie.

d. Care este masa minimă de hidrogen de care este nevoie pentru ca prin conversie în heliu să se obțină aceeași valoare a luminozității?

XIII. Probleme de trigonometrie sferică. Mișcări proprii ale stelelor

1. Să se afle distanța dintre Helsinki și Seattle pe drumul cel mai scurt posibil pe suprafața Pământului. Longitudinea orașului Helsinki este 25^0 E și latitudinea $+60^0$, longitudinea orașului Seattle este 122^0 W și latitudinea $+48^0$. Se consideră Pământul perfect sferic, cu raza de 6370 km și nu se ține seamă de formele de relief.
2. Care este ora siderală la care Vega atinge înălțimea de 30^0 deasupra orizontului, la latitudinea $\varphi = 45^0$? Coordonatele stelei sunt : $\alpha = 18\text{h } 36\text{min } 56\text{s}$, $\delta = 38^0 47' 01''$. (OJAA 2008)
3. Care este azimutul și unghiul orar al punctului de răsărit al stelei Sirius, la solstițiul de iarnă, observat de la Ecuator? După cât timp de la trecerea Soarelui la meridian se va produce răsăritul stelei Sirius?
Se dau coordonatele stelei Sirius: $\text{RA} = 6\text{h } 45\text{m}$, $\text{DEC} = -16^0 43'$.
4. Care dintre stelele Betelgeuse și Capella poate fi observată în mod continuu mai mult timp pe cerul Sibiului? Coordonatele geografice ale Sibiului sunt $24^0 29'$ longitudine estică, respectiv $45^0 48'$ latitudine nordică. Declinațiile stelelor sunt $+07^0 24' 25,3''$ pentru Betelgeuse și $+45^0 59' 56,5''$ pentru Capella.
5. Doi prieteni, care se află la aceeași longitudine geografică, intră într-o competiție “astronomică” ce constă în urmărirea obiectelor cerești în aceeași noapte. Câștigătorul competiției este cel care reușește să observe cel mai mult timp obiectul ales pe cerul său. Unul dintre ei este român ($\varphi = 45^0$) și își alege steaua Vega (înălțimea la culminație superioară $h = 83^0 47'$), iar celălalt își alege ca obiect planeta Marte ($\delta = 12^0 51'$). La ce latitudine stă cel de-al doilea competitor, dacă jocul se încheie cu remiză? (ONAA 2012)
6. În ziua de solstițiului de vară, la ora $00^{\text{h}} 30^{\text{m}}$ (timp legal în Indonezia, $\text{UT} + 7^{\text{h}}$) a avut loc fenomenul de Lună Plină. A) Să se calculeze valorile posibile ale minimului, respectiv maximului duratei prezenței Lunii deasupra orizontului pentru astronomii de la observatorul Bosscha ($\lambda = 107^0 35' \text{ E}$, $\varphi = 6^0 49' \text{ S}$)
b) Să se estimeze momentul legal al răsăritului Lunii în acea zi, urmărit de la Bosscha.
7. Un observator a înregistrat trecerea unei stele la zenit la ora $0\text{h } 18\text{m TU}$, apoi a văzut aceeași stea după 8h, la înălțimea de $87^0 12'$ deasupra orizontului. Să se afle latitudinea locului de observație. (OIA 2011)
8. Să se stabilească granițele regiunii zilei polare și a nopții polare la momentul în care Soarele ajunge la zenit pentru un observator aflat la Mumbai ($\lambda = 72^0 56'$, $\varphi = 19^0 03'$). Se va lua în considerare refracția atmosferică ($35'$) și diametrul discului aparent al Soarelui ($32'$). (OIA 2006)
9. Considerăm că pe întreaga sferă cerească pot fi văzute cu ochiul liber aproximativ 6000 de stele. Refracția la orizont este de $35'$. Calculați câte stele sunt circumpolare pentru un observator aflat la :
a) Polul Nord; b) Ecuatorul terestru. (OIA 2010)
10. O maimuță din Gibraltar ($\varphi = 36^0,8\text{N}$; $L = 5^0 21' \text{ W}$) se culcă atunci când răsare steaua Betelgeuse ($\alpha = 5\text{h } 55\text{min}$; $\delta = 7^0 25'$) și se trezește când aceasta apune. Cât timp a dormit maimuța, la ce oră s-a culcat și la ce oră s-a trezit (în unități de Timp Universal)?
11. Doi observatori aflați pe același meridian au urmărit același meteor. Unul dintre ei a reușit să măsoare atât înălțimea deasupra orizontului cât și azimutul punctului de dispariție al stelei căzătoare găsind respectiv valorile $85^0 29' 31''$ și $116^0 35' 42''$. Celălalt observator n-a putut măsura decât azimutul punctului de dispariție și a găsit $15^0 43' 36''$. Amândoi au măsurat azimutul de la nord. La ce înălțime deasupra Pământului s-a stins meteorul dacă distanța dintre cei doi observatori a fost de 800 km, iar verticala punctului în care meteorul a dispărut a fost suficient de apropiată de verticala celor doi observatori pentru a putea neglija curbura Pământului? (ONAA 2011)

12. La Observatorul Astronomic din Cluj ($\varphi = 46^0$) se determină coordonatele orizontale ale unei stele de ascensie dreaptă 20h 38m 05s, aceasta având azimutul de 350 de grade și înălțimea de 50 de grade. Știind că timpul legal în momentul observației este 2h 03m 52s, iar timpul sideral 20h 13m 05s, să se determine:

a) care va fi timpul legal al următorului moment când steaua va avea din nou înălțimea de 50 de grade și care va fi azimutul ei în acel moment; b) Cât este declinația stelei? Observație: Azimutul astronomic se măsoară pe orizont, de la sud spre vest.

13. Un balon meteorologic plutește la înălțimea de 10 800m față de nivelul mării în data de 15 martie 2010 deasupra municipiului Fălticeni ($\varphi=47^027'39''N$ și $L=26^018'06''E$)

Un observator se află în balon și are un sistem de propulsie astfel încât balonul poate sta fix deasupra orașului mult timp. Observatorul își propune să realizeze câteva observații astronomice inclusiv asupra stelei Arcturus ($\delta=18^057'42''$, $\alpha=14h15m38s$). În acest an echinocliul de primăvară a fost la data de 20 martie 2010 ora 17:32:10 UT, iar solstițiul de iarnă a avut loc la data de 22 decembrie 2009 ora 00:36:12 UT. Să se determine:

a) Care este declinația minimă a unei stele pentru a fi circumpolară pentru observator. Se știe că refracția atmosferică în apropierea orizontului este $R=35'$ și că raza Pământului în acel loc este 6376 km ;

b) Calculați timpul sideral, timpul legal și azimutul răsăritului respectiv apusului stelei Arcturus înregistrate de acest observator, cunoscând ecuația timpului la 15 martie 2010 ca fiind $\eta=9m01s$. c) Care este timpul legal în momentul trecerii stelei Arcturus la meridianul locului? (ONAA 2010)

14. Vega și Capella sunt două dintre cele mai strălucitoare stele din emisfera nordică a sferei cerești. Ascensia dreaptă a stelei Vega este 18 ore 34 minute, iar a stelei Capella 5 ore 10 minute.

a. În ce regiune a bolții cerești (în emisfera vestică sau în emisfera estică) și care este unghiul orar al stelelor în momentul culminației superioare a punctului vernal?

b. Care este intervalul de timp sideral dintre culminația inferioară a stelei Capella și culminația superioară a stelei Vega?

c. Care este unghiul orar al stelei Capella în momentul culminației superioare a stelei Vega? Dar în momentul culminației inferioare a aceleași stele?

15. Un avion supersonic zboară din Greenville, Texas (latitudine $33^0 06' N$, longitudine $96^0 12' V$) la Los Angeles, California (latitudine $33^0 54' N$, longitudine $118^0 24' V$) urmând traiectoria de distanță minimă dintre cele două aeroporturi. Altitudinea avionului este 10 km și viteza sa față de sol este 1400 km/h.

O anumită stea este vizibilă pe fereastra avionului pe toată durata zborului între cele două localități.

a) Dacă zborul ar fi continuat pe aceeași traiectorie, după cât timp de la plecarea din Los Angeles și la ce longitudine ar fi ajuns avionul deasupra ecuatorului Pământului?

b) Care este valoarea minimă posibilă pentru declinația stelei? Suprafața Pământului se va considera a fi o sferă de rază 6370 km. (ONAA 2009)

16. Se admite că înălțimea Stelei Polare deasupra orizontului este numeric egală cu latitudinea geografică a locului de observare, iar direcția spre Steaua Polară se admite că este direcția spre Polul Nord ceresc. Aceste reguli sunt însoțite însă de erori. Să se determine erorile maxime (exprimate în grade și minute) asociate regulilor enunțate mai sus, $\Delta\varphi$ și respectiv, $\Delta\beta$. Declinația Stelei Polare se consideră $\delta = 89^0 10'$. Observatorul se află la latitudinea de $+40^0$. (OIA 2005)

17. Ursul Polar și Pinguinul se întâlnesc la Olimpiada Internațională de Astronomie din Crimeea. Ei se hotărăsc să observe răsăritul Soarelui în ziua echinocliului de toamnă. “Eu voi merge în extremitatea estică din Crimeea – a spus Pinguinul – și voi vedea răsăritul Soarelui înaintea tuturor!” “Nu – a spus Ursul Polar – eu voi vedea răsăritul Soarelui mai devreme, deoarece eu voi urca pe cel mai înalt munte din Crimeea, muntele Roman – Kosh!” Care dintre cele două personaje a avut dreptate și cu câte minute sau secunde a văzut el mai devreme răsăritul Soarelui față de celălalt personaj? Se cunosc: raza Pământului, $R = 6371$ km, înălțimea muntelui Roman-Kosh, $h = 1545$ m, longitudinea estică a muntelui, $\lambda_0 = 34^021'$, latitudinea muntelui, $\varphi_0 = 44^036'$, longitudinea și latitudinea extremității estice a Crimeii, $\lambda = 36^040'$, $\varphi = 45^026'$.

- 18.** Să se determine azimutul și înălțimea Lunii deasupra orizontului pentru un observator aflat la latitudinea $44^{\circ}26'$. Se cunosc, ascensia dreaptă $12^{\text{h}}57^{\text{m}}55^{\text{s}}$, declinația $-10^{\circ}20'35''$ și momentul sideral al observației, $\theta = 6^{\text{h}}33^{\text{m}}$.
- 19.** Coordonatele stelei Sirius la epoca 1900 au fost $\alpha = 6^{\text{h}}40^{\text{m}}45^{\text{s}}$, $\delta = -16^{\circ}35'$, iar componentele mișcării proprii ale acestei stele : $\mu_{\alpha} = -0,037$ s/an , $\mu_{\delta} = -1.12''$ /an.
Să se afle coordonatele stelei Sirius pentru epoca 2000. Trebuie luată în calcul și mișcarea de precesie a axei Pământului. (punctul vernal se mișcă în sens retrograd cu $50,2''$ pe an)
- 20.** Paralaxa stelei Sirius este $0,375''$ și viteza radială este de -8 km/s.
a) Care este viteza tangențială și viteza totală a stelei Sirius?
b) Când va ajunge Sirius în punctul cel mai apropiat de Soare?
c) Cât va fi paralaxa acestei stele în acel moment ? ($\mu_{\alpha} = -0,037$ s/an , $\mu_{\delta} = -1.12''$ /an)
- 21.** a) Mișcarea proprie a stelei Aldebaran este $\mu = 0,20''$ /an și paralaxa sa este $\pi = 0,048''$. Linia spectrală a fierului , cu lungimea de undă de $\lambda = 440,5$ nm este deplasată în spectrul stelei cu $0,079$ nm, spre roșu. Cât este viteza radială, viteza tangențială și viteza totală a stelei (în km/s) ?
b) Determinați momentul apropierei maxime de Soare a stelei α Centauri. Care vor fi în acel moment paralaxa, mișcarea proprie și magnitudinea vizuală a stelei, dacă se cunosc valorile actuale?
($v_r = -22$ km/s ; $v_t = 23$ km/s ; $m = 0,06$; $\pi = 0''$, 758) (OJAA 2008)
- 22.** Coordonatele stelei Arcturus sunt $\alpha = 14^{\text{h}}15,7^{\text{m}}$, $\delta = 19^{\circ}1'1''$. Să se afle momentul de timp sideral al răsăritului și apusului stelei Arcturus, văzute de la Boston ($\varphi = +42^{\circ}19'$).
- 23.** Steaua 61 Cygni ($\delta = 38^{\circ}45'$) se află la distanța de $11,36$ a.l. de noi. Se observă în spectrul stelei că linia calciului Ca I , (în laborator, $\lambda_0 = 506$ nm) are o lungime de undă $\lambda = 505,892$ nm. Pentru aceeași stea s-a măsurat mișcarea proprie, pe declinație și ascensie dreaptă, $\mu_{\delta} = 3,20''$ /an și $\mu_{\alpha} = 4,13''$ /an. Magnitudinea ei aparentă este acum $5,21$. Determinați viteza radială și cea transversală, apoi stabiliți când va fi la distanța minimă față de noi și cât va fi magnitudinea sa aparentă în acel moment.
- 24.** Adrian și Mircea pleacă în vacanță într-o excursie în Alpii Scandinaviei. Cabana lor se află în mijlocul unei văi late de $7,5$ Km, înconjurată de munți înalți de 2000 m. Adrian știe că, la culminația superioară, planeta Jupiter se va afla la 20° deasupra orizontului sudic. Vor vedea cei doi planeta Jupiter peste crestele munților ? Justifică răspunsul. (OJAA 2017)
- 25.** Mircea pleacă de o la altă cabană, aflată pe același meridian cu Adrian, la distanța de 50 Km față de acesta. Noaptea, cei doi efectuează „observații astronomice în dublă stație” și observă un asteroid cu magnitudinea $m = 6$. Adrian vede globul de foc la 45° deasupra orizontului, chiar pe direcția Sud.. Marcel vede același obiect pe cer la 70° deasupra orizontului, tot pe direcția Sud. Aflați distanțele de la Adrian și, respectiv, de la Mircea, până la „globul de foc”, precum și altitudinea la care s-a produs fenomenul. (OJAA 2017)
- 26.** Acasă, la București, colegul lor, Radu observă Luna. La ce oră Timp Legal Român – a răsărit Luna, dacă Radu a observat-o la Primul Pătrar? Cu câte grade s-a deplasat Luna pe cer într-o oră ? (OJAA 2017)

27. Într-o seară senină, Albert vorbește la telefon cu prietenul său Bhor aflat la 10 km depărtare. Conversația lui Albert cu Bhor sună cam așa: **Albert:** „Ai văzut !? Un meteorit !”; **Bohr:** „Da! L-am văzut! A fost mai mult o explozie – arderea a fost foarte rapidă”; **Albert:** „Da, corect ! A explodat exact prin dreptul stelei *Altair*” **Bohr:** „Interesant, mie mi s-a părut că a explodat cam la 60 est față de *Altair*; **Albert:** „Interesant!”

Pentru că participi la Olimpiada de Astronomie și Astrofizică, determină din informațiile furnizate în convorbirea celor doi, înălțimea la care asteroidul a explodat. Te rugăm ca explicația ta să fie însoțită și de o schiță care să ilustreze calculele tale. (OJAA 2016)

28. Observațiile realizate în decursul unei nopți la steaua Y sunt trecute în tabelul de mai jos:

Înălțimea	Masa de aer	Magnitudinea
55 ⁰		0,88
50 ⁰		0,90
48,5 ⁰		0,91
44 ⁰		0,93
40 ⁰		0,95
38,5 ⁰		0,96
35 ⁰		0,98
30 ⁰		1
25 ⁰		1,07
20 ⁰		1,17

- a) Considerând grosimea atmosferei 1, masa de aer străbătută de lumină este dată de relația $X = \frac{1}{\cos z}$, unde z este distanța zenitală. Determinați masa de aer pentru fiecare dintre observațiile efectuate.
- b) Reprezentați grafic datele din tabel;
- c) Determinați magnitudinea aparentă, m_0 , în afara atmosferei;
- d) În funcție de masa de aer străbătută de lumină, magnitudinea aparentă a stelei variază cu un coeficient k , numit coeficient de extincție atmosferică. Determinați valoarea acestui coeficient.

29. În constelația Ursa Mare a fost observată trecerea unui obiect straniu. În figura de mai jos puteți observa harta cerului în care sunt reprezentate imaginile observațiilor realizate în această constelație într-un interval de timp de 15 zile, la miezul nopții. Calculați viteza obiectului observat, exprimată în grade pe zi. Din observațiile obținute (vezi tabelul 2) a fost estimată diferența de magnitudine între acest obiect și steaua Megrez. Construiți curba de lumină considerând în abscisă valoarea zilei din calendarul Iulian, iar în ordonată, valorile corespunzătoare ale magnitudinii aparente. Calculați, de asemenea, perioada de rotație a obiectului observat.

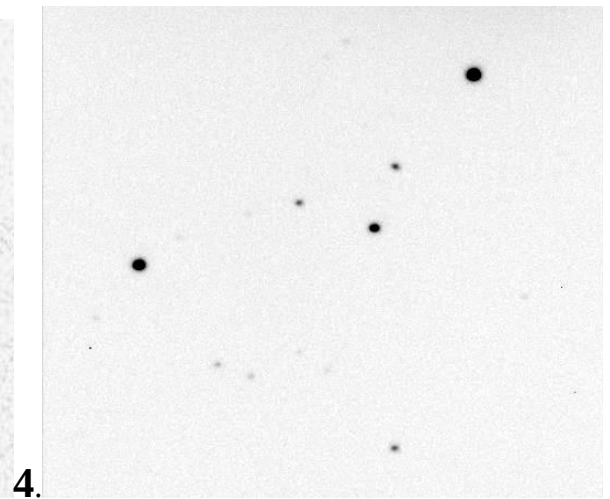
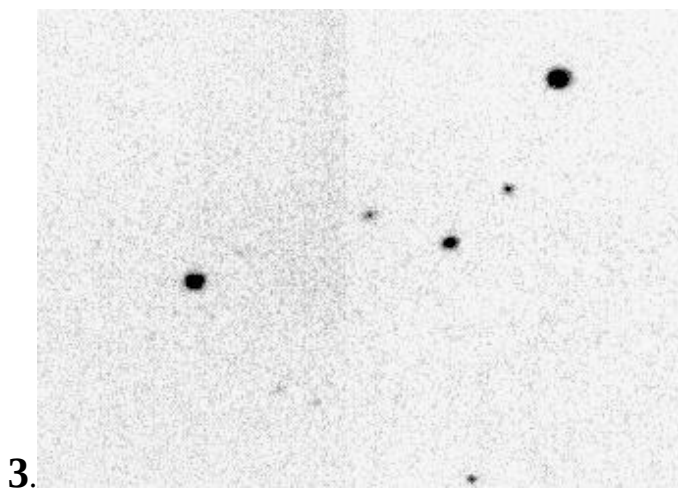
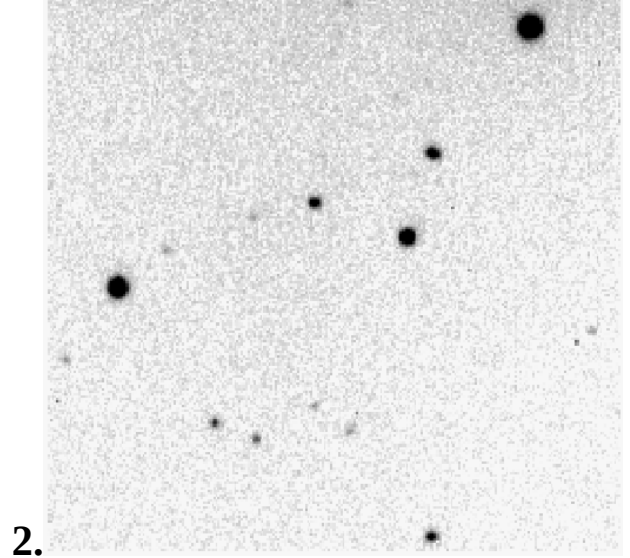
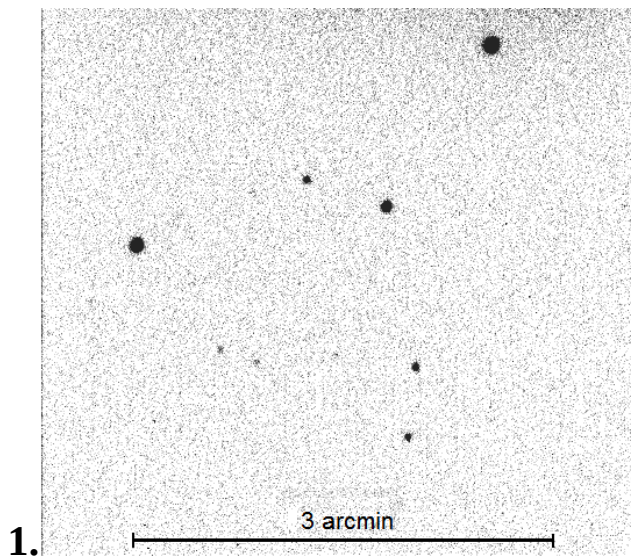
Stele	A.D.	Dec J2000	Magnitudine
Dubhe	11h03m44s	+61 ⁰ 45'04"	1,78
Merak	11h01m50s	+56 ⁰ 22'56"	2,31
Phecda	11h53m50s	+53 ⁰ 41'41"	2,40
Megrez	12h15m25s	+57 ⁰ 01'57"	3,31
Alioth	12h15m25s	+55 ⁰ 57'35"	1,75
Mizar	13h23m55s	+54 ⁰ 55'32"	2,21
Alkaid	13h47m33s	+49 ⁰ 18'48"	1,84

JD	Δm
115,5	0,04
116,5	-0,09
117,5	0,19

118,5	0,39
119,5	0,09
120,5	0,06
121,5	-0,10
122,5	0,21
123,5	0,40
124,5	0,11
125,5	0,05
126,5	-0,11
127,5	0,20
128,5	0,40
129,5	0,10

30. Astronomii de la două observatoare situate la distanța de 3172 km unul de celălalt au fotografiat cu ajutorul camerelor CCD aceeași regiune a cerului pentru a descoperi cel mai apropiat asteroid de Pământ. La observatorul I au fost obținute imaginile 1. și 2. La orele 4:53 UT, respectiv, 7:16 UT. Următoarele două imagini au fost obținute în același moment de timp, la observatorul II – imaginea 3 și la observatorul I – imaginea 4. Scara imaginilor este aproximativ aceeași cu cea prezentată în imaginea 1.

a) Identificați asteroidul pe cele două imagini; b) Determinați deplasarea unghiulară și viteza unghiulară a asteroidului; c) Determinați paralaxa asteroidului și distanța față de Pământ; d) Calculați viteza tangențială lineară a asteroidului.



31. Steaua Merak, având paralaxa $\pi = 0,04107''$ și magnitudinea aparentă $m = 2,31$, avea în anul 2000 coordonatele măsurate prin observații $\alpha = 11^h 01^m 50.5s$ și $\delta = +56^\circ 22' 57''$, iar în 2008 avea coordonatele $\alpha = 11^h 01^m 50,543552s$ și $\delta = +56^\circ 22' 56,73''$. Linia $H\alpha$ observată în spectrul stelei are lungimea de undă $656,25375 \text{ nm}$. Valoarea lungimii de undă măsurată în laborator pentru aceeași linie spectrală este $656,28 \text{ nm}$. Să se determine:

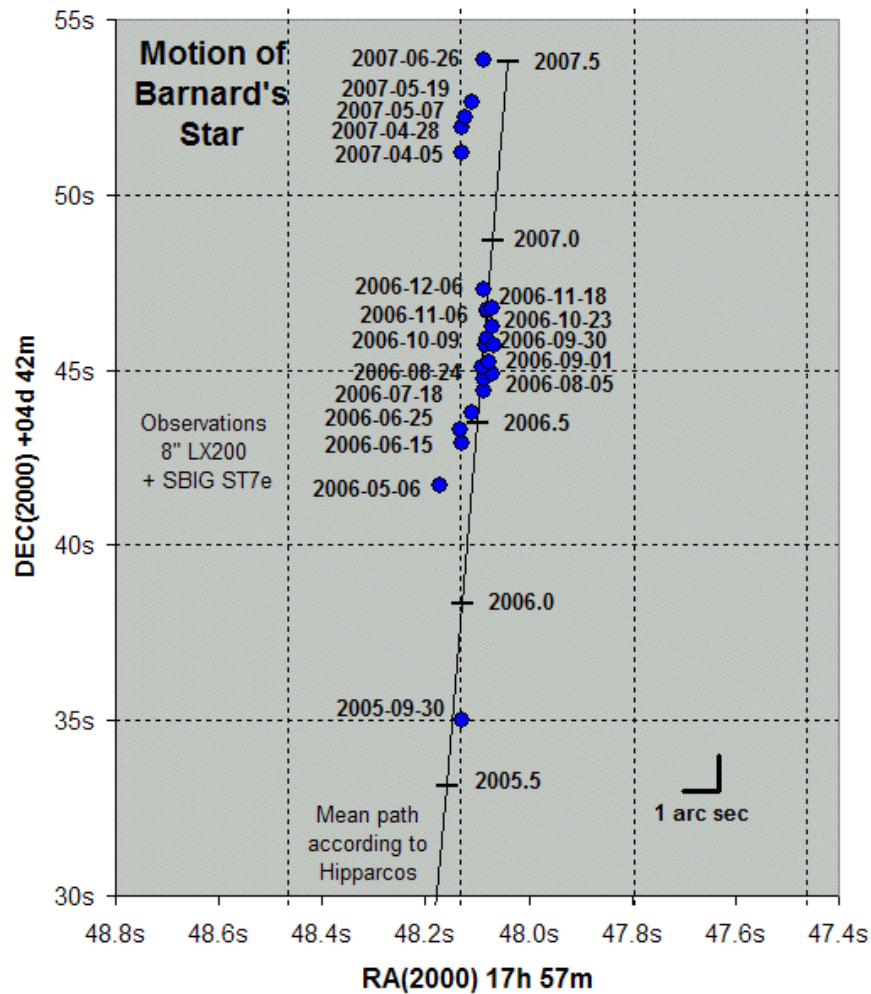
- mișcarea proprie a stelei, viteza radială și cea transversală;
- intervalul de timp după care va fi steaua la distanța minimă și valoarea acestei distanțe;
- magnitudinea aparentă pe care o va avea steaua la momentul respectiv. (OJAA 2014)

32. Prin centrul câmpului unei lunete de la Observatorul din Călimănești (latitudine $45^\circ 14' 21''$, longitudine $24^\circ 20' 36''$, zona de timp TU+2h) fixată în planul meridianului locului, se poate observa culminația superioară a stelei Arcturus (ascensia dreaptă $14^h 16^m 18,77s$, declinația $19^\circ 06' 30,9''$) de două ori în cursul unei anumite zile a anului 2014. Care este acea zi? Care este înălțimea deasupra orizontului la care este fixată luneta?

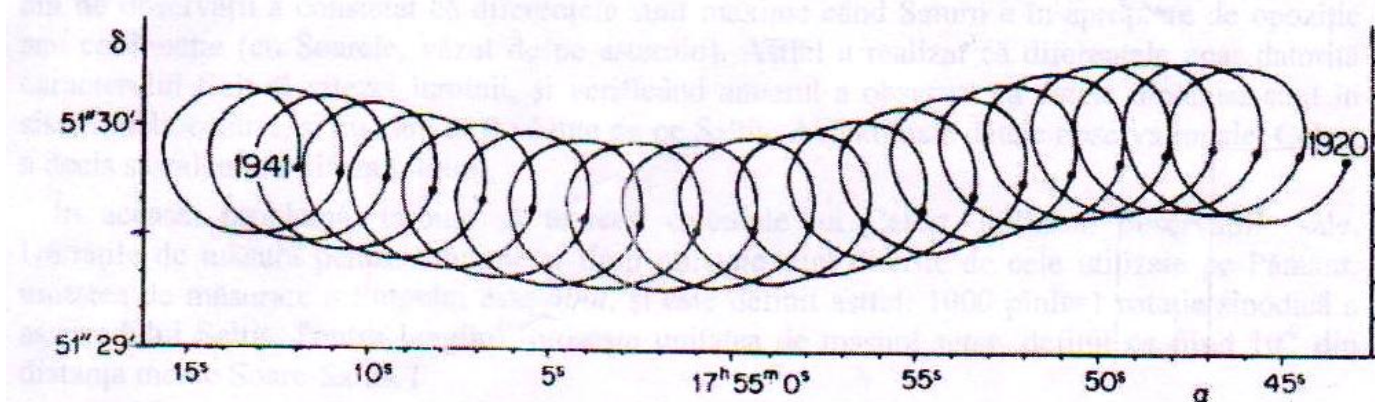
Se cunoaște timpul sideral la Greenwich la ora 0 timp universal în data de 1 ianuarie 2014: $6^h 41^m 05s$.

33. **Mișcarea proprie a stelei Barnard:** În figură este reprezentată deplasarea stelei Barnard ($\alpha_{1950} = 17^h 55^m$, $\delta_{1950} = +4^\circ 33'$). Determinați : a) paralaxa stelei Barnard; b) mișcarea ei proprie, μ ; c) valoarea

vitezei tangențiale, în km/s; d) dacă viteza radială a stelei Barnard este $v_r = -108$ km/s, calculați viteza spațială, v , a acesteia; e) În prezent, steaua se apropie de Pământ. Peste cât timp va fi cel mai aproape de acesta și care va fi distanța în acel moment?



34. Explicați forma traiectoriei aparente reprezentate mai jos pentru γ Dra aflată la 38 pc; evaluați periodicitatea nutației, amplitudinea acesteia precum și $\Delta\alpha_{\text{nutație}}$ și $\Delta\delta_{\text{nutație}}$ după o perioadă completă. Figura reprezintă traiectoria aparentă a lui γ Dra în timpul unei rotații complete a nodurilor orbitei lunare. Punctele marcate reprezintă pozițiile aparente ale începutului fiecărui an tropic.



XIV. Evoluție stelară

Formarea stelelor

Stelele se formează în urma colapsului gravitațional al norilor interstelari de gaz, cu condiția ca aceștia să aibă o densitate suficient de mare și o temperatură suficient de mică. Dacă masa M a obiectului format în urma colapsului depășește $0,08M_{\text{Soare}}$, presiunea gravitațională poate declanșa procesele de fuziune nucleară, astfel dând naștere unei protostele. Colapsul încetează atunci când presiunea internă de radiație produsă de nucleu echilibrează presiunea forțelor gravitaționale. Stelele aflate pe secvența principală a diagramei HR se găsesc în echilibru energetic, adică rata de producere a energiei nucleare este egală cu luminozitatea stelei.

Teorema virialului face legătura dintre energia totală cinetică (internă), E_{cin} , și energia potențială gravitațională, E_{grav} , a unui sistem de particule stabil, în echilibru. Expresia matematică a teoremei virial este $2E_{\text{cin}} + E_{\text{grav}} = 0$, la echilibru. Sistemele de particule pentru care $-E_{\text{grav}} > 2E_{\text{cin}}$ sunt instabile și pot colapsa sub acțiunea gravitației proprii. Sistemele pentru care $-E_{\text{grav}} < 2E_{\text{cin}}$ se împrăstie în spațiul cosmic.

Teorema este valabilă atât pentru norii de hidrogen atomic sau molecular ce alcătuiesc nebuloasele, cât și pentru roiurile stelare, difuze sau globulare, alcătuite din stele de aceeași vârstă, suficient de apropiate pentru a interacționa gravitațional.

Să analizăm situația unui nor de gaz interstelar cu simetrie sferică, cu masa M și temperatura T . Condiția ca acesta să formeze stele se mai numește criteriul Jeans.

Presupunem că materia din care este format norul se comportă ca un gaz ideal. Expresia energiei interne a gazului ideal este $E_{\text{cin}} = \frac{3}{2}NkT$, unde $N = \frac{M}{\mu m_H}$. Am notat cu μ masa moleculară medie în unități atomice, iar m_H este masa atomului de hidrogen, $m_H = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Energia potențială gravitațională a norului este $E_{\text{grav}} = -\frac{3}{5}G \frac{M^2}{R}$, unde M este masa totală a norului, R este raza norului, iar $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$. Înlocuind expresiile acestor forme de energie în ecuația teoremei virial, obținem trei posibile formulări ale criteriului Jeans:

- Pentru ca o distribuție sferică omogenă de materie, având densitatea ρ și temperatura T , să poată colapsa, atunci $M > M_J = \left(\frac{5kT}{\mu m_H G}\right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{1/2}$. Densitatea $\rho = \frac{M}{V} = n \cdot \mu \cdot m_H$. Am notat cu „ n ” numărul de particule pe unitatea de volum.
- Pentru ca o distribuție sferică omogenă de materie, având masa M și temperatura T , să poată colapsa, atunci $\rho > \rho_J = \left(\frac{5kT}{\mu m_H G}\right)^3 \cdot \frac{3}{4\pi M^2}$.
- Pentru ca o distribuție sferică omogenă de materie, având densitatea ρ și temperatura T , să poată colapsa, atunci raza acesteia trebuie să depășească raza Jeans: $R > R_J = \left(\frac{15kT}{4\pi\rho\mu m_H G}\right)^{1/2}$.

Se rețin următoarele formule: $M_J = 2,3 \cdot 10^4 \cdot M_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{T^3}{n}}$; $R_J = 10^9 \cdot \text{UA} \cdot \sqrt{\frac{T}{n}}$; $\rho_J = 7 \cdot 10^{42} \cdot \frac{T^3}{M^2}$;

Observații:

- Pe măsură ce un nor colapsează, criteriul Jeans poate fi satisfăcut pe porțiuni mai mici ale norului. În general este favorizată formarea de stele cu mase mici și medii.
- Nu toți norii moleculari care satisfac criteriul Jeans colapsează. Este necesar un mecanism care să inducă procesul de colaps: o undă de șoc în urma exploziei unei supernove, coliziunea cu un nor învecinat, etc

1. Aplicați formulele Jeans:

A. Un nor de hidrogen molecular are temperatura $T = 16\text{K}$ și masa $M = 2M_{\odot}$. Ce densitate trebuie să aibă norul pentru a forma stele? Ce dimensiuni are norul în această situație?

$$R: \rho_J = 1,8 \cdot 10^{-15} \text{ kg/m}^3, R_J = 5448 \text{ UA}$$

B. Un nor interstelar de hidrogen conține 10 atomi pe cm^3 . Cât de mare trebuie să fie acel nor pentru a colapsa sub acțiunea propriei sale gravitații? Temperatura norului este de 100 K.

$$R: M_J = 10\,286 M_{\odot}, R_J = 71 \text{ a.l.}$$

C. Un nor de hidrogen molecular are temperatura $T = 10\text{K}$ și conține 1000 molecule/ cm^3 . Să se afle masa minimă și raza norului, astfel încât acesta să formeze stele.

$$R: M_J = 23 \cdot M_{\odot}, R = 10^5 \text{ UA}$$

D. Un nor de hidrogen molecular are temperatura $T = 100 \text{ K}$ și masa egală cu o masă solară. Câte molecule pe cm^3 trebuie să conțină norul pentru a colapsa gravitațional? Ce dimensiuni are norul?

$$R: \rho > \rho_J = 1,75 \cdot 10^{-12} \text{ kg/m}^3, n > 5,24 \cdot 10^8 \text{ molec/cm}^3, R > 437 \text{ UA}$$

2. Un nor interstelar are o masă egală cu masa solară și o densitate de 10^{10} atomi de hidrogen pe cm^3 .

Perioada de rotație inițială este de 1000 ani. Cât va fi perioada de rotație a norului după condensarea sa la dimensiunile Soarelui? Masa unui atom de hidrogen este $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$. (Momentul de inerție pentru sferă se află cu formula: $I = \frac{2}{5} m R^2$, iar momentul cinetic al norului se calculează cu formula: $L = \omega \times I$.)

3. Să se afle timpul de contracție gravitațională (the free fall time) pentru un nor de hidrogen molecular cu densitatea 3000 molecule / cm^3 . Presupunând că există 100 de asemenea nori în galaxia noastră, masa fiecărui nor fiind de $5 \times 10^4 M_{\text{Soare}}$, iar 10% din materie se transformă în stele de dimensiunea Soarelui, să se afle câte stele se formează în fiecare an.

4. Figura 1, de dimensiuni unghiulare de $8'' \times 8''$, surprinde imaginea inelului ce înconjoară supernova 1987a, de formă circulară (partea mai întunecată, culorile fiind inversate).

I.1. Aflați înclinarea inelului în raport cu sfera cerească.

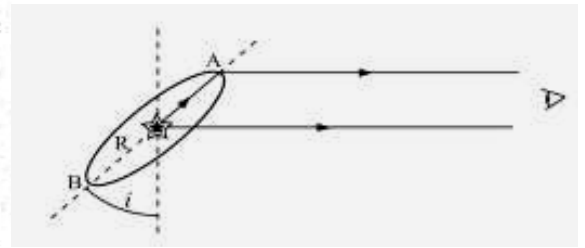
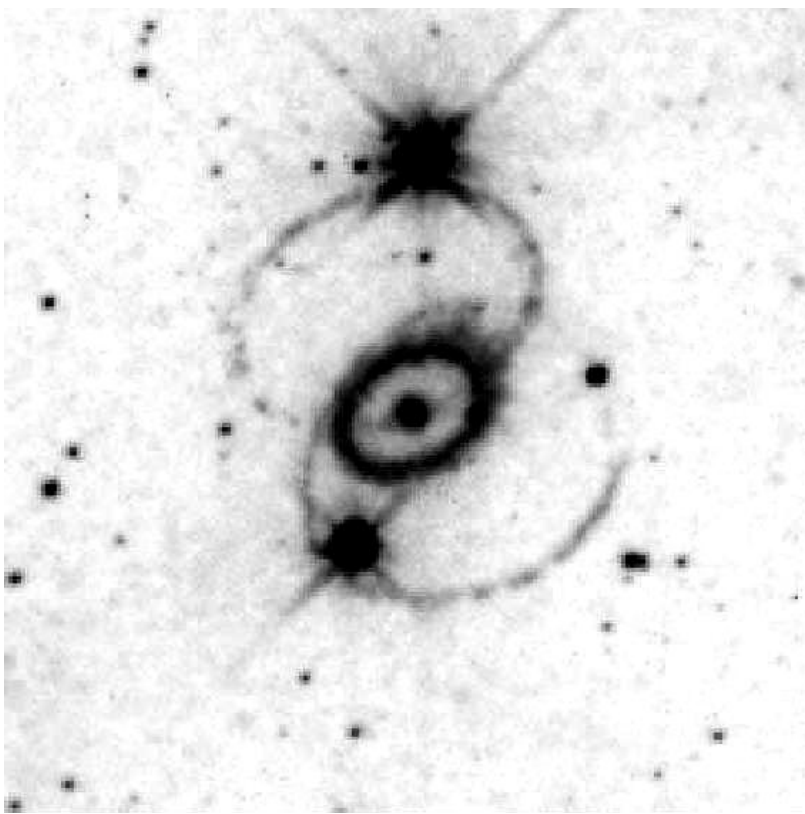
I.2. Dacă raza inelului este R , explică de ce lumina care vine de la stea, mai întâi prin punctual A și apoi la noi este întârziată cu un interval de timp Δt_- , față de lumina care vine direct de la stea.

Astfel vedem un “ecou” de lumină. Dacă Δt_+ este întârzierea luminii care vine prin B, calculați raza R a inelului.

I.3. Valorile măsurate fiind $\Delta t_- = 83$ zile, $\Delta t_+ = 395$ zile, găsește raza R (în zile-lumină) și distanța d până la supernovă.

I.4. La strălucire maximă, supernova avea magnitudinea aparentă $m_v = 3$. Aflați, pentru acel moment, luminozitatea supernovei și exprimați-o în luminozități solare, $L_{\odot}$. Se cunoaște $M_{\odot} = 4,83$.

1.5. Studiind liniile spectrale emise de inel, se constată că acestea sunt foarte late. Cum interpretați acest rezultat?



5. Se presupune că o stea rămâne 10^9 ani în secvența principală și consumă în acest timp 10% din conținutul său de hidrogen. Apoi, steaua se extinde în stadiul de gigantă roșie și luminozitatea sa crește de 100 de ori. Cât timp va rămâne steaua în stadiul de gigantă roșie, dacă va produce energie doar pe baza fuziunii hidrogenului rămas?
6. Roiul deschis al Pleiadelor conține 230 stele într-o zonă cu diametrul de 4 pc. Să se afle viteza medie a stelelor pe baza teoremei virial. Pentru simplificare, se consideră masa fiecărei stele egală cu o masă solară.
7. Un roi globular cu diametrul de 40 pc conține 100 000 de stele, fiecare având masa egală cu o masă solară. a) Pe baza teoremei virial, să se afle viteza medie a stelelor. Se va considera distanța medie între stele egală cu diametrul roiului. b) Să se afle viteza de evadare a stelelor din roi. c) Să se compare cele două valori ale vitezelor. Să se precizeze legătura cu stabilitatea roiului.
8. Secvența principală a unui roi stelar conține stele până la magnitudine bolometrică absolută zero, dar nu mai strălucitoare. Să se afle vârsta roiului stelar, presupunând că temperatura centrală a stelelor rămâne constantă cât timp steaua se află pe secvența principală.
Temperatura centrală a stelei este proporțională cu raportul dintre masa și raza ei. Stelele părăsesc secvența principală după ce și-au consumat 20% din hidrogenul lor inițial.
Se dau următoarele date: masa Soarelui este $\mathcal{M}_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$, temperatura efectivă a Soarelui este $T_{\odot} = 5800 \text{ K}$, luminozitatea Soarelui este $L_{\odot} = 4 \times 10^{26} \text{ J/s}$, magnitudinea absolută a Soarelui este $M_{\odot} = +4,75^{\text{m}}$.
O stea de magnitudine bolometrică $0,0^{\text{m}}$ are temperatura efectivă de 11000 K, iar energia eliberată prin transformarea hidrogenului în heliu este $6,6 \times 10^{14} \text{ J/kg}$. (ONAA 2011)
9. Roiul globular Tucana (47 Tuc), vizibil din emisfera sudică, în apropiere de Norul Mic al lui Magellan, se află la o distanță de 5058 pc. Să se determine vârsta roiului pe baza datelor din tabelul de mai jos, care cuprinde magnitudinile aparente și indicii de culoare pentru o parte din stelele roiului.

Se va reprezenta grafic diagrama HR. (magnitudine absolută / indice de culoare) Se știe că stelele nu au aceeași masă, în roi existând stele de trei tipuri. Timpul de viață al unei stele pe secvența principală este direct proporțional cu raportul masă / luminozitate. Se consideră cunoscută relația masă / luminozitate:

$$t_{\text{viață}} \sim M / L ; L \sim M^{3,5}$$

Nr.crt.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
IC	0,76	0,98	1,05	0,96	1,23	1,31	1,23	1,33	1,45	0,53	0,58	0,57	0,60	0,65	0,69	0,83	0,88
m _v	19,6	20,6	21,0	21,0	21,6	22,0	22,2	22,6	23,0	17,6	17,7	18,0	18,4	18,8	19,1	19,8	20,1

Nr.crt.	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
IC	0,93	1,1	1,2	1,1	0,82	1,45	1,25	1,14	0,99	0,69	0,79	0,59	0,85	0,73	0,70	0,58	0,51
m _v	20,4	21,4	21,6	13,5	15,5	12,0	12,6	12,9	14,0	14,0	14,0	14,0	14,9	16,6	16,9	17,0	17,2

10. Un nor interstelar de H₂ are raza de 100pc și concentrația $n = 10^{11}$ molecule/m³.

a) Câte stele, având fiecare masa egală cu $3 M_{\odot}$, se pot forma din fragmentarea aceluia nor?

b) O regiune a norului, cu raza inițială $R_0 = 0,4 \text{UA}$ se rotește cu o perioadă de 500 ani. După un timp ajunge, prin colaps gravitațional, să formeze o protostea cu raza $R = 1,4 R_{\odot}$. Să se afle perioada de rotație a protostelei formate. $R_{\odot} = 696 \text{ 000km}$.

11. a) Să se calculeze densitatea unui pulsar cu perioada de rotație de 0,1 s. **b)** Dacă masa pulsarului este de $1,44 M_{\odot}$, să se determine raza pulsarului și accelerația gravitațională la suprafața acestuia. $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{kg}$

12. Două stele neutronice au, fiecare, $R = 10 \text{ km}$ și $M = 1,4 M_{\odot}$. Ele formează un sistem binar cu perioada $P = 10 \text{ min}$. **a)** Calculați distanța dintre centrele celor două stele. **b)** Dacă, sub influența gravitației, ele se apropie până la fuziune, ce perioadă va avea sistemul când se vor atinge?

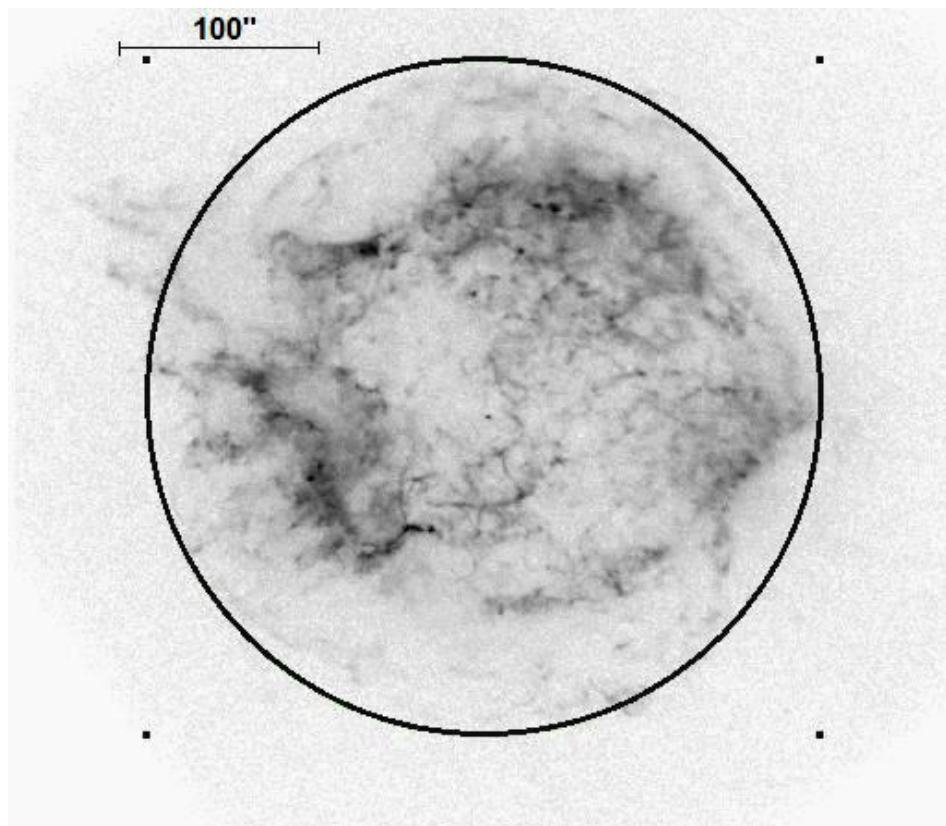
13. Să se afle densitatea materiei din interiorul unui quasar cu masa de 30 milioane mase solare, în limita razei sale Schwarzschild.

14. Într-un roi globular, două stele albe, fiecare având $R = 2R_{\odot}$ și $M = 6 M_{\odot}$, se ciocnesc cu viteza de 200 km/s. În urma ciocnirii, 1% din energia stelelor se transformă în căldură. **a)** Ce perioadă de rotație are steaua nou formată? **b)** De ce steaua formată în urma coliziunii are culoare albastră? Calculează cu cât a crescut temperatura stelei în urma ciocnirii. Gazul din care sunt formate stelele are o căldură specifică de 21kJ/kgK . ($R_{\odot} = 7 \cdot 10^8 \text{m}$)

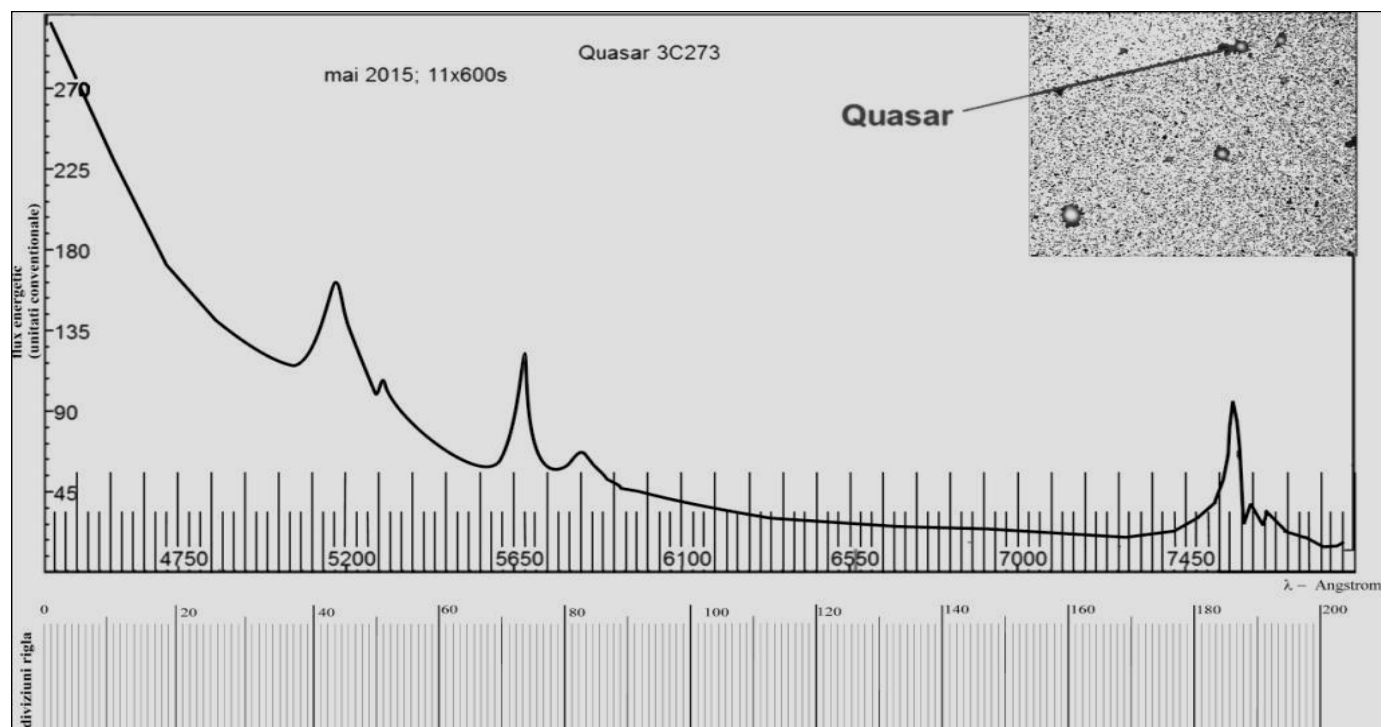
15. Într-un moment viitor, când hidrogenul Soarelui se va fi terminat, el va crește în dimensiuni atingând o rază de 175 ori mai mare, dar și o luminozitate de 2900 de ori mai mare. În același timp, prin scăderea gravitației la suprafața sa, va începe să piardă pe rând straturile externe și masa lui se va diminua treptat. Prin urmare Pământul se va găsi proiectat la $1,7 \text{ UA}$. Se consideră că datorită desfășurării lente a situației, orbita Pământului își păstrează excentricitatea. Să se determine: **a)** temperatura la suprafața Soarelui în acel moment, considerând temperatura la suprafața Soarelui actual $t = 5500^{\circ}\text{C}$; **b)** noua perioadă siderală a Pământului. (OJAA 2014)

16. Cu ajutorul telescopului spațial Chandra a fost obținută o imagine în raze X a nebuloasei remanente SNRCasA, aflată la distanța $d = 3400 \text{pc}$. Negativul acestei imagini este prezentat în figura următoare, granițele regiunii SNR fiind marcate cu un cerc. Un punct aflat aproape de centrul imaginii reprezintă steaua neutronică, nucleul rămas după colapsul stelei. A fost estimată energia degajată la explozia supernovei, $E = 10^{46} \text{J}$, din care 1% a fost consumată pentru expansiunea rămășițelor. Densitatea medie a materiei în SNR este $\rho = 10^{-21} \text{kg/m}^3$.

A) Estimați vârsta SNRCasA; B) Calculați viteza medie a stelei neutronice aflate în centrul SNR.



17. În figura 2 este reprezentat spectrul luminii provenite de la **Quasarul 3C273**. Spectrul a fost prelucrat cu un soft specializat, și a fost etalonat folosind aceeași grilă de măsurare ca și cea folosită pentru analiza spectrului de calibrare. a. Identificați care dintre cele două elemente intră în componența quasarului și determinați lungimile de undă ale liniilor spectrale. Rezultatul va fi dat sub formă tabelară. (ONAA 2016)



Răspunsuri

Test 1 – 1c; 2b; 3b; 4b; 5b; 6c; 7c; 8b; 9c; 10c; 11b; 12b; 13b; 14c; 15b; 16c; 17a; 18c; 19c; 20a.
 Test 2 – 1c; 2c; 3a; 4b; 5b; 6c; 7a; 8a; 9b; 10b; 11b; 12a; 13b; 14a; 15c; 16a; 17c; 18c; 19b; 20a.
 Test 3 – 1b; 2b; 3a; 4c; 5b; 6c; 7c; 8c; 9a; 10b; 11c; 12b; 13a; 14c; 15b; 16b; 17b; 18a; 19c; 20b.
 Test 4 – 1c; 2b; 3c; 4b; 5a; 6c; 7a; 8b; 9a; 10a; 11c; 12c; 13b; 14c; 15a; 16b; 17a; 18c; 19c; 20c.

I.Coordonate cerești. Orientarea cu ajutorul astrilor

Punct pe sfera cerească	Coordonate ecuatoriale		Constelația
	δ	α	
Polul Nord ceresc	90^0	-	Ursa Minor
Polul Sud ceresc	-90^0	-	Octans
Polul Nord ecliptic	$+66^033'$	18h	Draco
Polul Sud ecliptic	$-66^033'$	6h	Dorado
Polul Nord galactic	$+27,4^0$	12h49m	Coma Berenices
Polul Sud galactic	$-27,4^0$	0h 49m	Cetus
Punctul vernal	0^0	0h	Pisces
Punctul autumnal	0^0	12h	Virgo
Punctul solstițiului de iarnă	$-23^027'$	18h	Sagittarius
Punctul solstițiului de vară	$+23^027'$	6h	Gemini
Centrul Căii Lactee	-29^0	17h40m	Sagittarius

1. $h_{\max} = +28^0 18'$, $\varphi = -16^0 42'$; 2. $\delta = 45^0$; $h_{\min} = 0^0$; 3. $\delta > 45^0 35'$; 4. $h_M = 89^0 51'$, $h_m = 4^0 51'$, $\theta = 9h24min$; 5. $\varphi = 90^0$ - $z_{\text{Polară}} = 48^0, 90^0, 0^0, 70^0$; 6. $-45^0 < \varphi_1 < +45^0$; $\varphi_2 = 90^0$; 7. $z = 6^0 12' 59''$, $\theta = 6h36min56s$; 8. $\delta = 74^0 35' 20''$; $\varphi = 40^0 23' 36''$; 9. $\delta = 47^0 7'$; $\varphi = 57^0 7'$; iarna; 10. $\delta = 61^0 45'$; $\varphi_1 = 50^0$; $\varphi_2 = 70^0$; 11. $h_1 = +64^0, h_2 = -26^0$, $\varphi > +71^0$; 12. Prima stea: $h_{11} = 68^0 27'$; $h_{12} = -21^0 33'$; A doua stea: $h_{21} = 21^0 33'$; $h_{22} = -68^0 27'$; $z_1 = 0^0$; $z_2 = 90^0$; 13. $\delta = 25^0$; $\varphi = 55^0$; $\varphi_{\text{circ}} = 65^0$; 14. $p = 57^0 30'$; $\varphi = 72^0 30'$; $\varphi > 57^0 30'$; 15. $z = \varphi - \delta = 17^0 33'$; $h_m = 25^0 33'$; 16. $\delta = 25^0$ sau $\delta = 62^0 46'$; 17. $\varphi = 50^0$; $h_m = -48^0$; 18. $\varphi_1 < 29^0$; $\varphi_2 > 73^0$; 19. $z = 69^0 42' 22''$; 20. a) $\delta_1 = 45^0$; $\delta_2 = 43,6^0$; b) $\delta_{1R} = 44,43^0$, $\delta_{2R} = 43^0$; 21. $z_1 = 40^0 9'$; $z_2 = 6^0 45'$, $z_3 = 83^0 15'$; 22. $\delta = 45^0$, $\alpha = 0h$; 23. $\varphi_a > 58^0 7'$; $\varphi_b = +7^0 24'$; $\varphi_c = -50^0$; 24. $d = 1180,7km$; 25. $\delta = 45^0 19'$; $\varphi = 47^0 39' 56''$; 26. $d = 4 R_P$; 27. $\varphi' = \delta_{\text{Soare}} = 23,5^0$; 28. $R = 5730 km$; 29. $h = 86^0$; 30. a) $\Delta L_1 = 11,3 m$; b) $\Delta L_2 = 8 m$; 32. $h = 22m$; 33. $\varphi = 75^0$, $\theta = 6h$; 34. $\theta = \alpha = 5h13min$, $\delta = \varphi = 47^0 57'$; 35. $\alpha = \theta = 7h35min15s$, $\delta = \varphi - z = 1^0 45'$; 36. $H' = 6h$; 37. b) $d = 37\,676 km$; c) $N = 2647$; d) $\varphi = 81^0$.

II.Mișcarea aparentă a Soarelui. Coordonate ecliptice

1. a) $h_{\max} = 90^0 - \varphi + 23^0 27'$; $h_{\min} = -(90^0 - \varphi - 23^0 27')$; 2. a) 0^0 ; b) $+23^0 27'$; c) 0^0 ; d) $-23^0 27'$; 3. a) $\pm 90^0$; b) $-66^0 33'$; c) $\pm 90^0$; d) $+66^0 33'$; 4. 90^0 ; 90^0 ; 47^0 ; $23^0 27'$; 5. 1- C; 2- A; 6. 22 iunie; 22 iunie; 22 decembrie; 22 iunie; 7. $\lambda_1 = 281,8^0$; $\lambda_2 = 100,8^0$; 8. $0h$; 9. $\varphi = 44^0 11'$; 10. $\lambda_{\text{Soare}} = 70^0$; $b_{\text{Soare}} = 0^0$; $\lambda_{\text{Luna}} = 160^0$; b_{Luna} poate fi între -5^0 și $+5^0$; 11. a) $0,39m$; $2,53m$; $1m$; $1m$; 12. a) $\varphi = 68,5^0$; b) $\varphi = 45^0$; 13. $\Delta L = 180^0 - \arccos \frac{R_p}{R_p + h_1} - \arccos \frac{R_p}{R_p + h_2}$, $\Delta L = 176^0$; 14. $\lg z = \frac{l_1}{h - l_2}$; 15. $\delta_o = -4^0 53' 40''$; 16. $\varphi_1 = 66^0 33'$; $\varphi_2 = 65^0 59'$; $\varphi_3 = 64^0 32' 52''$; 17. $d = 2358,43 km$, 16 iulie; 18. $\Delta \lambda_o = 60^0$; $t = 2306 iHr$; 19. $\Delta t = 4574 ani$; $\Delta \lambda_o = 63,5^0$; Leo; 20. $\varphi = 34^0 47'$; $\varepsilon = 23^0 54'$; 21. $h = 60,7m$; 22. La Ecuator, după apus încă 40 minute; 24. $L = 4,034m$; 25. $t = 14h 31min$; $\theta = 0h03min56s$; 26. $\Delta t = 229,46zile$; 18 august; 27. Aries; răsărit/apus; 29. $\varphi = 83^0 7' 18''$; 30. $\varphi = 56^0 30'$, $\delta = \varepsilon = 23^0 30'$; 31. La 3 ianuarie Pământul trece prin periheliu; 32. $\Delta t = 12,8 min$; 33. a) $h_{\text{Soare}} = 74^0 24'$; b) $\delta_{\text{Soare}} = 0^0$; c) la 21 martie sau 23 septembrie;

34. $h_{\odot} = 2^{\circ}$; **35.** Vară, $t_{\text{răsărit}} = 12\text{h}$; **36.** $\lambda_{\text{Jupiter}} = 90^{\circ}$, în Gemini, $\lambda_{\text{Marte}} = 0^{\circ}$, în Pisces ; **37.** a) $L = 3,46\text{m}$, b) $\lambda_{\text{Lună}} = 270^{\circ}$, $\lambda_{\text{Saturn}} = 180^{\circ}$; **38.** a) $L = 0,95\text{m}$, b) $\lambda_{\text{Lună}} = 90^{\circ}$, $\lambda_{\text{Mercur}} = 270^{\circ}$; **39.** a) $L = 2,3\text{m}$, b) $\lambda_{\text{Lună}} = 0^{\circ}$, $\lambda_{\text{Marte}} = 180^{\circ}$; **40.** $\lambda_{\text{Lună}} = 270^{\circ}$, în Sagittarius ;

41.

Corpuri cerești	Perioada siderală	Longitudine ecliptică heliocentrică la 1 mai 2006	Longitudine ecliptică heliocentrică la 1 mai 2016
Mercur	88 z	22°	204°
Venus	224,7 z	286°	18°
Terra	365,25 z	220°	220°
Marte	687 z	131°	245°
Jupiter	11,8 ani	224°	169°
Saturn	26,5 ani	131°	267°
Uranus	84 ani	343°	26°
Neptun	165 ani	319°	341°
Pluto	248 ani	266°	$280,5^{\circ}$

42. Pe 21 martie Soarele se află în γ , deci $\theta = H_{\gamma} = 105^{\circ}$, $H_{\text{Sirius}} = \theta - \alpha_{\text{Sirius}} = 5^{\circ}$, Sirius este la 5° de meridian. Pe 23 septembrie, Soarele se află în ω , punctul vernal, fiind în aceeași poziție ca în cazul precedent. Sirius va fi tot la 5° de meridian; **43.** $\varphi = 72,2^{\circ}$, $\theta = \alpha_{\text{Soare}} = 55^{\circ}$, deci au trecut 55 zile de la echinocțiul de primăvară. Data este 15 mai ; **44.** Fenomenul “noptilor albe” apare când crepusculul de seară se continuă cu cel de dimineață, adică Soarele ajunge la înălțimea minimă mai mare de $h_m = -18^{\circ}$. Rezultă că declinația Soarelui trebuie să fie mai mare sau egală cu $+12^{\circ}$. Fenomenul are loc aproximativ 3 luni (mai, iunie, iulie); **45.** $\varphi = 26,56^{\circ}$, $d = 1130,8\text{km}$. **46.** a. $z = 41,7^{\circ}$, $\delta = 3^{\circ}56'$; b. $l = 226,5\text{ km}$; **47.** 1. $D_1 = 167\text{ km}$; 2. $D_2 = 355\text{km}$; 3. $h = 27^{\circ}45'24''$.

III. Mișcarea aparentă a Lunii. Faze. Eclipse

1. a) Jumătate din perioada sinodică (15 zile) ; b) Nu răsare și nu apune ; **2.** a) LP, b) LN, c) PP, d) UP, e) PP; **4.** a) Nu, b) Nu ; **6.** Văzută din emisfera nordică, e începutul eclipsei, iar din emisfera sudică, e sfârșitul eclipsei ; **7.** Sfârșitul lunii august, Aquarius ; **9.** Nu ; Între 23 septembrie și 21 martie ; **11.** a) Da ; b) Sfârșitul lunii februarie ; **12.** a ; **13.** b ; **14.** a) $L_{\text{geo}} = 217\text{ R}_P$; $L_{\text{real}} = 45,3\text{ R}_P$; b) Nu ; **15.** a. Raza umbrei, $R_U = 88\text{ km}$; suprafața $S = 24\,328\text{ km}^2$; b. Aproximativ 400 milioane ani ; **16.** a) $\beta_{\text{Lună}} = 59,95'$; b) $\beta_{\text{Lună}} = 28,95'$; **17.** a) $\Delta t_{\text{Eclipsa}} = 1,88\text{ h}$; b) $\Delta t = 1,5\text{s}$ înaintea primului contact ; **18.** data: 7 iunie, ora 20.30 TU ; **19.** $\alpha_{\text{Lună}} = 225,7^{\circ}$; **20.** Gemeni, opoziție ; **21.** $\Delta\alpha = 7,6\text{ min}$; **22.** a) $d = 9391\text{km} = 5,4\text{ R}_L$, $\Delta t = 4\text{ h}$, b) $L_{\text{bandă}} = 96\text{km}$; **23.** a) $\lambda_L - \lambda_S = 0^{\circ}$, b) $\lambda_L - \lambda_S = 180^{\circ}$, c) $\lambda_L - \lambda_S = 90^{\circ}$, d) $\lambda_L - \lambda_S = 45^{\circ}$.

IV. Distanțe unghiulare, dimensiuni și paralaxe

4. $R_L = 1733\text{ km}$, $p = 57'$; **5.** $D = 59,3\text{ R}_P$; **6.** $D = 507,69\text{km}$; **7.** $R_{\text{Soare}} / R_{\text{Pământ}} = 109,2$; **8.** $D = 17,87''$; **9.** $d_{\text{Phobos}} = 9163\text{ km}$; $d_{\text{Deimos}} = 32\,545\text{ km}$; **10.** $D_{\text{Soare}} = 21'$; $D_{\text{Pământ}} = 15,35''$; $D_{\text{Lună}} = 4''$; **11.** $D_{\text{Venus}} = 13\,008\text{ km}$; $D_{\text{Marte}} = 6842\text{ km}$; **12.** $\alpha_{\text{Mercur}} = 4,26^{\circ}$; $\alpha_{\text{Venus}} = 8^{\circ}$; $\alpha_{\text{Pământ}} = 11^{\circ}$; $\alpha_{\text{Marte}} = 17^{\circ}$; **13.** $d = 41\,896\,757\text{km}$; **14.** $D = 5,76\text{UA} = 862\text{ milioane km}$; **15.** $\Delta t_{\text{minim}} = 3\text{ min}$; $\Delta t_{\text{maxim}} = 22\text{min}13\text{s}$; **16.** $\Delta t = 5\text{h}32\text{min}27\text{s}$; **17.** O explozie de supernovă în vecinătatea Soarelui se poate produce la 8,1 milioane de ani odată ; **18.** $d = (1 / \sqrt[3]{40})\text{ Mpc} = 0,292\text{ Mpc} = 953\,230\text{ a.l.}$; **19.** $d = \sqrt[3]{0,034}\text{ (Mpc)} = 0,32\text{ Mpc}$; **20.** $\Delta t = 11\text{min}41\text{s}$; **21.** $\Delta t = 3010\text{ ani}$, anul 995 î.e.n. ; **22.**

Planeta	Paralaxa diurnă (în arcsec)	Distanța până la planetă (în UA)	Diametrul real al planetei (în km)	Diametrul unghiular aparent
Mercur	9,495	0,924	4 880	7,27''
Venus	12,65	0,694	12 080	24''
Marte	16	0,549	6 784	17''
Jupiter	2,09	4,2	143 170	47''
Saturn	0,925	9,5	120 000	17,41''

Uranus	0,483	18,18	50 764	3,85''
Neptun	0,302	29	50 800	2,4''
Pluto	0,225	39	2 998	0,106''

23.

Numele stelei	Paralaxa anuală (în arcsec)	Distanța la stea (în parseci)	Distanța până la stea (în ani lumină)
Procyon (CMi)	0,287	3,48	11,35
Proxima Centauri	0,74	1,347	4,39
Sirius (CMa)	0,377	2,65	8,65
Vega (Lyr)	0,133	7,52	24,5
Arcturus (Boo)	0,097	10,3	33,58
Altair (Aql)	0,202	4,950	16,13
Capella (Aur)	0,071	14,08	45,91
Deneb (Cyg)	0,002	500	1630
Polaris	0,005	200	652

24. $D = 2,7 \text{ UA} = 405 \text{ milioane km}$; 25. $N_1 = 1405$; $N_2 = 924$; 26. a) $R_{\text{Saturn}} = 59 \text{ 117 km}$; b) $M_{\text{Saturn}} = 5,65 \times 10^{26} \text{ kg}$; c) $\rho = 0,653 \text{ g/cm}^3$; $\rho < \rho_{\text{apă}}$. 27. $d = 69 \text{ UA}$; 28. $d_1 = 96 \text{ km}$, $d_2 = 183 \text{ m}$, $d_3 = 25 \text{ cm}$

29.

Nr. de ordine	Denumire	Paralaxă (mas)	Distanța (a.l.)
7	Dubhe	26,38	123,58
2	Merak	41,07	79,38
5	Phecda	38,99	83,61
4	Megrez	40,05	81,40
3	Alioth	40,30	80,89
1	Mizar	41,73	78,12
6	Alcaid	32,39	100,65

30. $\Delta R = 21''$; 31. $1 \text{ UA} = 148 \text{ 849 864 km}$; 32. a) $D = 143 \text{ 625,6 a.l.}$, $i = 18,4^\circ$, b) Aproximativ 1,3 miliarde ani ; 33. Folosind scara dată, $D_{\text{Soare}} = 31,76'$, $D_{\text{Venus}} = 53''$, $V_{2004} = 3,83'/\text{h}$, $V_{2012} = 3,89'/\text{h}$, $T = 224,3 \text{ zile}$. 35. a) $\omega = \omega_L - \omega_{\text{Soare}} = 12,19 \text{ grade/zi}$, rezultă durată fazei de totalitate, $t = 3 \text{ min } 9 \text{ s}$; b) $\Delta t_{\text{tot}} = 2 \text{ h } 5 \text{ min } 11,8 \text{ s}$; 36. a) Formula magnitudinii unui corp care reflectă lumina: $10^{-0,4(m-m_{\text{Soare}})} = \frac{A \cdot R^2}{4} \cdot \frac{r_{SP}^2}{r_{PI}^2 \cdot r_{SPl}^2}$, $A_{\text{Marte}} = 0,15$; b) $\Delta t = 41 \text{ zile}$; c) $a_{\text{Marte}} = 1,52 \text{ UA}$, $e = 0,09$, $T_{\text{Marte}} = 686,5 \text{ zile}$; d) $R_{\text{Marte}} = r_{\text{Marte}} \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 3397 \text{ km}$, $r_{\text{Marte}} = \frac{R_P}{\sin \beta}$; $r_{\text{Marte}} = 54 \text{ 344 000 km}$.

V. Timpul în astronomie

1. Cu un pendul Foucault sau alt oscilator influențat de forțe Coriolis; 2.a) 37,5 milioane ani ; b) -14 februarie; - 1 septembrie; -8 noiembrie; -29 decembrie, ora 6h; - 29 decembrie, ora 9h; -31 decembrie, ora 22h; -31 decembrie, ora 23h59min50s; -31 decembrie, ora 23h59min59s. 3.1 an sideral= 1 zi siderală ; 4. $t_{m1} - t_{m2} = 56 \text{ min } 6 \text{ s}$; $\Delta t_{\text{legal}} = 1 \text{ h}$; 5. $\Delta t_{\text{legal}} = 0 \text{ h}$; $\Delta t_{\text{civil}} = 28 \text{ min } 30 \text{ s}$; Când la Turnu-Severin este ora 12h, la Sulina este ora (locală) 12h 28min 30s ; 6. a) $\theta_1 - \theta_2 = L_1 - L_2$; $L_2 = 1 \text{ h } 34 \text{ min } 23 \text{ s}$; b) aprox 15 iunie; 7. $L = t_m - TU = 2^{\text{h}} 5^{\text{m}} 22^{\text{s}}$; 8. $t_a - t_m = +3 \text{ min}$; $t_{\text{legal}} = TU = 13 \text{ h } 27 \text{ min}$; 9. $\theta = \alpha_{\text{Soare}} = 5 \times (3 \text{ min } 56 \text{ s}) = 19 \text{ min } 40 \text{ s}$ 10. $t_m = t_a - 5 \text{ min}$; $TU = t_m - L$; $t_{\text{legal}} = TU - 4 \text{ h} = 12 \text{ h } 04 \text{ min}$; 11. $\Delta t = \alpha - \theta = 14 \text{ h } 35 \text{ min}$; 12. $\theta = 17 \text{ h } 2 \text{ min}$; $TU = 0,997$ ($\theta_G - \theta_{0G}$) = $3 \text{ h } 11 \text{ min } 25 \text{ s}$; $t_{\text{legal}} = 5 \text{ h } 11 \text{ min } 25 \text{ s}$; 13. În fiecare zi Luna se deplasează retrograd pe ecliptică cu $\Delta \lambda_L = 12,2^\circ$; La 3 ian. Jupiter are $\lambda_J = 24,4^\circ$, iar la 5 ian. Venus are $\lambda_V = 48,8^\circ$; $\Delta \lambda_J = 0,92^\circ/\text{zi}$; Va avea loc o conjuncție Venus-Jupiter, pe 29 ianuarie; 14.a) $\varphi = 15^\circ$; $L = -10 \text{ h}$; **Hawaii, la NV**; b) $\varphi = -19^\circ$; $L = +6 \text{ h}$; **I-le Cocos, Oc. Indian, NE**; c) $\varphi = 67^\circ$; $L = -1 \text{ h}$; **Islanda, la Sud**; d) $\varphi = -33^\circ$; $L = -5 \text{ h}$; **Chile, la Est** ; 15. $\varphi = +23^\circ 18'$; $L = -2 \text{ h } 28 \text{ min } 37 \text{ s}$;

16. a) $\Delta\theta = 14h$; b) Aldebaran culminează la 1 decembrie, iar Vega, la 28 iunie; c) $h_1 = 61^{\circ}31'$; $h_2 = 83^{\circ}47'$;
 17. $\delta = 45^{\circ}$; $TU = t - 2h = 19h\ 30min$; $t_m = TU + L = 21h26min$; $\theta = 21h29min52s$;
 18. $\theta = 18h14min48,8s$; 19. $t_m = 1h54min56s$; $t_{legal} = 2h22min56s$; 20. $TU = 20h$; $t_m = 21h48min$;
 $\theta_{OG} = 15h\ 33min23s$, data este 13 mai; 21. $h = 65^{\circ}14'57''$; $\theta_{OG} = 12h$; $\theta_G = \theta - L$; $TU = 0,997 \times (\theta_G - \theta_{OG})$
 $t_{fus} = TU + 2h = 20h54min54s$; 22. $h = 16^{\circ}24'48''$; $t_{legal} = 23h\ 10min\ 5s$; 23. $T = 3,71$ ani; $a = 2,396$ UA;
 24. $T_S = 2,15$ ani; 25. $\Delta t = 189$ zile; 26. $a = 54,288$ UA; $T_S = 1an\ 22h$; 27. a) 2032; b) 1976;
 28. După 8 ani, diferența între anul solar și cel lunar va fi $11,25 \times 8 = 90$ zile (în 2016); 29. $\Delta t_1 = 1$ zi
 mercuriană = 176,37 zile; $\Delta t_2 = 1$ noapte mercuriană = 88 zile; 30. $\Delta t = 116,8$ zile; 31. a) $\Delta t = 30,33$
 zile; b) $\Delta t = 758,25$ zile = 2 ani 28 zile; 32. $\Delta t = 14,72$ zile; 33. $T = 1,75$ h; 34. A) 18 ianuarie; B) $h =$
 $55^{\circ}19'30''$; 35. $\delta = -9^{\circ}22'7''$, $\alpha = 5h\ 14min\ 55s$; 36. $\Delta t = \frac{207^0}{306^0} \times T_{Sin} = 229,35$ zile, data este 18 august,

Soarele este în Leo, deci Jupiter este în Aquarius; 37. a) $\Delta t = \frac{155,25^0}{360^0} \times T_{Sin} = 247$ zile, data este 4
 septembrie, b) $r_{VP} = 0,695UA = 103,92 \times 10^6$ km, c) $\beta = 11,9''$. 39. $L = 7h59min23s$ E;

VI. Legea atracției universale. Legile lui Kepler

1. $e = 0,016$; $r_1 = 147\ 184\ 000km$; $r_2 = 152\ 209\ 000km$; 2. $h = 11$ km; 3. $\rho = 3137$ kg/m³; 4. $e = 0,9$; $r_A =$
 $7,6UA$; $T = 8ani$; 5. $a = 3,3UA$; $v_{Ceres} = 16,38km/s$; $\beta = 0,6''$; 6. Pluto, $r_P = 29,6UA$; 7. $T = 1,963ani$; $r_A =$
 $1,966UA$; $e = 0,254$; $v_P = 30,9km/s$; $v_A = 18,3km/s$; 8. $h = 6413$ km; $\varphi = 60^{\circ}$; 9. $r_A = 960UA$; $v_A = 0,39km/s$;
 $r_P = 88UA$; $v_P = 4,3km/s$; $T = 11\ 995$ ani; 10. $a = 14\ 985\ 200km$; $\omega = 31^{\circ}/zi$; $v = 94$ km/s; 11. $a = 10,27UA$;
 $T = 33ani$; $r_A = 19,57$ UA; $v_P = 41,7$ km/s; $v_A = 2,08$ km/s; 12. a) $r_P = 125$ UA; b) $T = 3\ 967\ 000$ ani; c) $v_E =$
 $189m/s$; 13. $a = 100UA$; $r_A = 190UA$; $r_P = 10UA$; $v_A = 0,68km/s$; $v_P = 13km/s$; 14. $a = 5UA$; $e = 0,8$; $T =$
 $11,18ani$; $v_E = 42km/s$; 15. $M_O / M_P = 333\ 315$; 16. $r_{CM} = 4659,4km$; $v_P = 12,4m/s$; $v_L = 1$ km/s; 17. $r_P =$
 $0,58UA$; $e = 0,967$; 18. $T = 0,5$ ani; 19. $T = 1$ an; 20. $r_P = 78,4 \times 10^6 km$; $r_A = 145,6 \times 10^6 km$; $T = 236,6zile$;
 21. $T = \sqrt{8} \times T_L = 77,22zile$; 22. $a = 2078km$; $e = 0,125$; $M_P / M_L = 80$; 23.

Planeta	Masa planetei (în mase terestre)	Masa planetei (în S.I.)
Marte	0,107	$0,64 \times 10^{24}$ kg
Jupiter	315	1889×10^{24} kg
Saturn	94,5	567×10^{24} kg
Uranus	14,5	$86,5 \times 10^{24}$ kg
Neptun	17	101×10^{24} kg

24. $R_V = 5221km$; 25. $T = 1,68h$; $\Delta t = 15,3$ min; 26. $T = 1h29min46s$; 27. a) $T_T = 8,6zile$, $T_A = 1,6zile$; b) $d =$
 $1,6'$; c) $T_{Sin} = 2zile$; 28. $h_1 = 3949$ km; $h_2 = 8848$ km; 29. $a = 42\ 297km$; $h = 35\ 920km$; Aria calotei sferice: S
 $= 2\pi Rh$, $S = 1,14\% \times S_P$; 30. $T_1 = 2,83$ ani; $T_2 = 11,18ani$; $T_{Sin} = 3,79ani$; $T_3 = 31,62ani$; $S_{31} = 3,11ani$; $S_{32} =$
 $17,29ani$; 31. $a = 0,39UA$; $T = 88,9$ zile, $S_M = 116zile$; 32. $T_{Luna} = 15,5 \times T_{Io}$; 33. a) $a = 524UA$; $e = 0,832$;
 $r_P = 88UA$; b) $v = 4,248$ km/s; c) 2007; 34. Pluto: $v_P / v_A = 1,656$; Pământ: $v_P / v_A = 1,034$; 35. $T = 5428s =$
 $1h30min28s$; $g = 8,94m/s^2$; $\Delta t = 8min\ 40s$; 36. $\Delta t = 10,8h$ (solare marțiene); 37. $T = 2ani\ 49,2zile$; înainte de
 răsărit, $2h45min$; 38. $R_{planeta} = 137,5km$, $g = 0,21$ m/s², $T = 1000$ ani; 39. Față de centrul Soarelui, centrul de
 rotație al Lunii în faza de Lună Plină este la distanța $d_{SLP} = 45\ 264\ 472km$ spre Pământ, iar în faza de Lună
 Nouă, este la distanța $d_{SLN} = 120\ 064\ 472km$, dincolo de Soare. 40. Scara de reprezentare se estimează din
 diametrul planetei, $D_{Uranus} = 51\ 120km$, perioadele sateliților, $T = 12 \sim 15h$; $\mathcal{M}_{Uranus} = 14,5 \times \mathcal{M}_{Pământ}$, raza
 inelului, $R = 51\ 120$ km.

VII. Mișcări în câmp gravitațional

1. $a_{cp} = 0,0025 \text{ m/s}^2$; $g = 2,62 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 = 0,00262 \text{ m/s}^2$; 2. $F = 6,67 \times 10^{-9} \text{ N}$; $T = 19,9$ zile; 3. $g_1 = 0,5g_0$; $g_2 = 2g_0$; 4. $v_e = 40,26 \text{ km/s}$; 5. $\Delta v_1 = 41,06 \text{ km/s}$; $\Delta v_2 = 23,57 \text{ km/s}$; 6. a) $v = \sqrt{\frac{kM_\odot}{a \times a_p}}$; b) $g = g_p \times n \times m$;
7. A) $\rho = 1,4 \text{ g/cm}^3$; B) $v_p = 34,73 \text{ km/s}$; $v_A = 16,73 \text{ km/s}$ 8. A) $K = 6,73 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; B) $\Delta\lambda = 0,05 \text{ nm}$; 9. a) $\mathcal{M} = 9,97 \times 10^{29} \text{ kg} = 0,5 \mathcal{M}_\odot$; $g = 4 \times 10^8 \text{ m/s}^2$; b) $\Delta g_1 = 2000 \text{ m/s}^2$; $\Delta g_2 = 0 \text{ m/s}^2$; 10. $\rho = 6795 \text{ kg/m}^3$; 11. $R = 1,71 R_J = 122\,246 \text{ km}$; $d = 23 \times 10^{-6} \text{ arcsecunde}$; 12. a)

Nume	Densitate medie (g/cm^3)	Volum total (km^3)	Volum de rocă (km^3)	Raza nucleului de rocă (km)	Grosimea stratului de gheață (km)	% gheață
Europa	3,01	1,62E+10	1,15E+10	1403	166	29 %
Ganymede	1,94	7,63E+10	2,56E+10	1828	800	66 %
Callisto	1,86	5,81E+10	1,78E+10	752	1650	69 %

- b) $M_{\text{Europa}} = 4,87 \times 10^{22} \text{ kg} = 0,66 M_L$; $M_{\text{Ganymede}} = 14,8 \times 10^{22} \text{ kg} = 2 M_L$; $M_{\text{Callisto}} = 10,8 \times 10^{22} \text{ kg} = 1,47 M_L$; 13. $v = \frac{r}{\sin \psi} \cdot \omega$; $v = 295 \text{ m/s}$; 14. $m/\mathcal{M} = 0,63$; 15. a) $\Delta v_1 = v_0 \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1 \right)$, $\Delta v_2 = v_0 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} \right)$, $\Delta t = \sqrt{2} T_0$, b) $\Delta v_1 = v_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$, $\Delta v_2 = v_0 \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{2} \right)$, $\Delta t = \frac{3\sqrt{3}}{4} T_0$; 16. $\sin \alpha = \frac{R}{L+R}$, $\Delta v = v_0 \sqrt{\frac{R}{L}}$; 17. $v = 10,88 \text{ km/s}$; $\Delta t = 5 \text{ zile}$; 18. $v_1 = 38 \text{ km/s}$; 19. $v_0 = 7,9 \text{ km/s}$; 22. a) $\Delta h = 39,5 \text{ km}$; b) $\frac{v_2}{v_1} = 0,99$; 23. Dacă un om pe Pământ poate sări până la $h = 30 \text{ cm}$, cu aceeași săritură poate evada de pe o planetă cu $R \sim 1382 \text{ m}$; 24. $\rho_1 = 1835 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 5,5 \times 10^{19} \text{ kg/m}^3$, $\rho_3 = 1,8 \times 10^{15} \text{ kg/m}^3$; 25. $T = 1,19 \times 10^{-3} \text{ s}$; 26. b) $\Delta x \sim 4,5 \text{ mm}$; c) $\Delta x \sim 4 \text{ cm}$; 27. a) $T = 5,196 \text{ ani}$, b) $\Delta t = 135 \text{ zile}$, data: 16 mai 2009, c) $\Delta m = 9,4$; 28. $\Delta v = 11,65 \text{ km/s}$, $\Delta t = 29 \text{ ani}$; 29. $\rho = 6 \times 10^{16} \text{ kg/m}^3$; $T = 0,00178 \text{ s}$; 30. $L = 152,3 \times 10^{38} \text{ Nms}$; $\Delta R = 45,35 \text{ km}$; 31. $v_e = 463 \text{ km/s}$, $v > v_e$, deci are orbită hiperbolică; 32. $r_p = 0,188 \text{ UA}$; $r_A = 1,968 \text{ UA}$; $v_e = 96,9 \text{ km/s}$; $T = 1,12 \text{ ani}$; 33. $h_1 = 200 \text{ km}$; $h_2 = 1500 \text{ km}$; 34. a) $m < \frac{2pSr_p^2}{KM}$, b) $m = \frac{2pSr_p^2 r_M}{KM(r_M - r_p)}$; 35. a) $v_A = 3 \times 10^4 \text{ m/s}$, $v_B = 3 \times 10^4 \text{ m/s}$, b) $(m_1 + m_2) [c(T - T_0) + \lambda] = \frac{m_1}{2} v_A^2$, $\frac{m_2}{m_1} = 319$; 36. $e_{\max} = 0,56$; 37. $\Delta t = 3,85 \text{ ani}$; 38. $D = 0,27 \text{ mm}$, $\Delta \varepsilon = 33\% \varepsilon_0$; 39. $\frac{D_{\max}}{D_{\min}} = \frac{\sqrt[3]{4} + 1}{\sqrt[3]{4} - 1}$, $\Delta t = T_0$; 40. $\Delta t = \frac{\pi}{R_p} \sqrt{\frac{a^3}{g_0}}$, $\Delta t = 15 \text{ h } 24 \text{ min}$, $e = 0,872$; 41. $v_e = \sqrt{\frac{2g_0 R_p^2}{R_p + h}} = 5514 \text{ m/s}$, deci cu v_1 ar evada, dar cu v_2 și v_3 ar cădea în câmpul gravitațional terestru; 42. $\Delta v = 690 \text{ m/s}$; 44. $a = 0,052 \text{ UA} = 7\,779\,200 \text{ km}$; $\mathcal{M} = 0,78 \times \mathcal{M}_\odot$; 45. $\mathcal{M} = 2,77 \times 10^{24} \text{ kg}$; $a = 4,45 \text{ UA}$; 46. $\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = 439 \times 10^9 \mathcal{M}_\odot$; 47. $a_{n+1} = [1,1 + 0,8(2^n - 1)] \text{ UA}$, cu $n = 0, 1, 2, \dots$; $\mathcal{M}_{\text{stea}} = 0,5 \times \mathcal{M}_\odot$; 51. a) $\rho = \frac{3\pi d^3}{kT^2 R^3}$, $\rho = \frac{24\pi}{kT^2 \alpha^3}$; b) $g_s = \frac{16\pi^2 d}{T^2 \alpha^2}$; 52. A. $R_{pl} = 137,5 \text{ km}$, $g_{pl} = 0,21 \text{ m/s}^2$; 53. A. $\Delta v = \frac{Rv_0}{R+L}$;

B. $v_0 = \sqrt{\frac{pg_0 R_p^2}{R}} \cdot \sqrt{1 - \frac{R^2}{(R+L)^2}}$, unde g_0 este accelerația gravitațională la suprafața Pământului, iar R_p este

raza Pământului; **54.** a) $\Delta t = T/2 = 217$ zile; b) $d = 0,71$ UA; c) Regulus. **55.** $h = 2a_L \left(\frac{2\tau}{T_L}\right)^2 = 580\,000$ km.

56. a) $a = \frac{v_{final} - v_{initial}}{\Delta t}$, d) Dacă a este accelerația sondei la momentul t la distanța față de obiect ($r_0 - s_t$),

atunci produsul $a \cdot (r_0 - s_t)^2$ este constant $\sim kM = 2224,5$ m; e) $M = 3,34 \cdot 10^{13}$ kg

57. a) Traectoria rachetei este în formă de elipsă, cu un focar în centrul Pământului și cu axa mică între punctul de lansare și cel de aterizare. b) Dacă T_0 este perioada siderală a rachetei, atunci $\frac{s_{elipsă}}{T_0} = \frac{s}{t} \rightarrow t =$

$\frac{T_0}{2} \left(1 + \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\pi}\right)$ c) $h_{max} = R \cos \frac{\theta}{2}$; d) Dacă $\theta \rightarrow 0$, $t = \frac{T_0}{2} \left(1 + \frac{1}{\pi}\right)$, iar $h_{max} = R$.

VIII. Stele duble și multiple

1. $T = 259$ zile; $v_1 = v_2 = 21$ km/s ; **2.** $r = 499,75$ UA ; **3.** $a = 31$ UA; $d = 9,69$ pc = $31,58$ a.l. ; **4.** $a = 455,5$ UA; $\mathcal{M} = 4 \times \mathcal{M}_\odot$; **5.** a) $\mathcal{M} = 2,07 \times \mathcal{M}_\odot$; b) $\mathcal{M} = 1,44 \times \mathcal{M}_\odot$; **6.** $\mathcal{M}_1 = 1,28 \mathcal{M}_\odot$; $\mathcal{M}_2 = 5,12 \mathcal{M}_\odot$; **7.** $a = 4,8$ UA, $\mathcal{M} = 0,017 \mathcal{M}_\odot$ **8.** $\mathcal{M}_2/\mathcal{M}_1 = 1,2$ **9.** $v = 14,16$ km/s; $\Delta\lambda_{max} = 0,02$ nm ; **10.** a) $\mathcal{M}_1/\mathcal{M}_2 = 3$; b) $a = 4,028$ UA; $\mathcal{M}_1 = 21,78 \mathcal{M}_\odot$; $\mathcal{M}_2 = 7,26 \mathcal{M}_\odot$; **11.** $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2 = 38,67 \mathcal{M}_\odot$; **12.** $a = 128,8$ UA, $\mathcal{M} = 12 \mathcal{M}_\odot$; **13.** $R_{Hill} = 7,23 \cdot 10^{-3}$ UA ; **14.** $\mathcal{M} = v^2 r/k = 1,9 \cdot 10^{41}$ kg , $T = 237\,371\,886$ ani , $N = 18,9$; **15.** $d = 40,06$ UA, $v = 5,78$ km/s ; **16.** $a = 141,5$ UA, $b = 102,6$ UA, $e = 0,689$, $T = 1178$ ani, $\mathcal{M} = 2 \times \mathcal{M}_\odot$.

IX. Luminozitate, strălucire, magnitudine

Exerciții: **1.** Soare, Luna, Venus, Marte, Jupiter, Mercur, Sirius ; **2.** Sirius, Arcturus, Vega, Capella, Rigel, Procyon, Betelgeuse, Altair, Aldebaran, Antares, Spica ; **3.** a) Sirius, Regulus, b) Antares, Alfa Centauri, c) Spica, Antares, d) Alfa Centauri, Antares. **4.b;** **5.** c; **6.** c; **7.** a; **8.b;** **9.** c; **10.** $r_1 = 54$ a.l., $r_2 = 4,9$ a.l., $r_3 = 392$ a.l., $r_4 = 124$ a.l., $r_5 = 22,5$ a.l., $r_6 = 78$ a.l., $r_7 = 8,9$ a.l., $r_8 = 259$ a.l.; **11.** $m = 3,16$, $R = 0,85 R_\odot$.

Probleme: **1.** a) $E_1 = 342,5$ W/m²; b) $E_2 = 5480$ W/m²; **2.a)** $L = 5,88 \times 10^{43}$ W; $L = 1,53 \times L_\odot$; b) $r = 6649$ m;

3. $M = -0,498$; $T = 14\,044$ K ; **4.** $M = 1$; **5.** a) $r = 1000$ pc ; b) $M = -3$; $R = 8,9 R_\odot$; **6.** $m = 0,636$;

7. $m = 0,882$; **8.** $L = 0,95 \times 10^{-3} L_\odot$; $M = 12,43$, $m = 8$; **9.** $m_2 = 6,69$; **10.** $L = 97\,275 L_\odot$; $T = 32\,223$ K;

$m = 0,895$; **11.** $\Delta R / R = 14,8\%$; **12.** $M = 2,29$; $T = 7379$ K ; **13.a)** $E_A = 9 E_B$; $m_A = 5,6$; **14.** $R_1 = 6\,918 R_2$;

15. $m = 7,3$; **16.** $\Delta m = 3$; **17.a)** $r = 194\,753$ pc; b) $D = 12,84$ pc; c) $\mathcal{M} = 4,54 \mathcal{M}_\odot$; **18.** $m = 5,9$;

19. a) $m = 7,73$; b) $T = 9159$ K ; **20.** $T_X = 1700$ ani ; **21.** $\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = 2,4 \mathcal{M}_\odot$; $m = 0,34$; $M = 2,6$; $L = 7,85 L_\odot$;

22. $m = +14,9$; $m_{limita} = +11$, deci nu se vede; **23.** $\Delta t = 12\,467$ ani ; **24.** $\Delta t = 15\,884$ ani ; **25.** $a = 5,17$ UA;

$\Delta t = 200$ zile ; **26.** $m_\odot = -19,3$; Ziua pe Pluto e mai luminoasă; **27.** $m_{Vega} = 4,47$; **28.** $m = +21,76$;

29. $\frac{R_2}{R_1} = 3,6$; **30.** $E_2 = 63\,095 E_1$; **31.** $T_1/T_2 = 1,146$; **32.a)** $L_1/L_2 = 10\,965$; b) $T_1/T_2 = 0,76$; **33.** a) $m_{SUA} =$

$-2,24^m$; $m_{Europa} = -1,69^m$; b) $m_{China} = -0,03^m$; **34.** $\rho = 1,7 \times 10^6$ g/cm³ = $1,7$ t /cm³ ; **35.** $r_1/r_2 = 25$, $D_1/D_2 = 0,97$; **36.** a) $M = -9,47$; b) $m_{Sirius} = +18,9$; c) $E_S / E_{Sirius} = 23\,768$; **37.a)** $\beta_2 = 3,358'$ (în 2014); $D_2 = 12$ a.l.; b) $\Delta t =$

$\frac{\beta_2}{\Delta\beta} = 959$ ani (anul 1054 e.n.); c) $m = -6,6^m$; **38.a)** $p'' = 0,066''$; $M = 1,5^m$; b) $L = 22,9 L_\odot$; $R = 1,97 R_\odot$; $\mathcal{M} =$

$2,45 \mathcal{M}_\odot$; **39.** $r = 301,2$ pc, $\frac{R_1}{R_2} = 1,112$, $\frac{\Delta R}{R_1} = 10\%$; **40.** $P = 5,4$ zile, $M = -2,8$, $m = 4$, $r = 229$ pc = 747 a.l.;

41. $M = -0,7$, $m = 13,8$;

43.a) $P = 6$ zile, b) $\Delta L = 60\%L_{\odot}$, $\Delta T = 8\%T_{\odot}$, $\Delta R = 10\%R_{\odot}$, c) $\rho_1 = \rho_{\odot}$, $\rho_2 = 0,6\rho_{\odot} = 0,84\text{g/cm}^3$; 44.a) $M = -1,26^m$; b) $L_G = 3,158 \times 10^4 L_{\odot}$; c) $m = 8,9^m$; d) $\mathcal{M} = 15,27\mathcal{M}_{\odot}$; 45. $V = 3,40^m$; $B = 3,99^m$; $C = 0,59^m$; 46. $P = 400$ zile, $\Delta m = 8$, $m_{\text{medie}} = 10$, $M = -5,28$, $r = 11\,376\text{pc}$;
47. $M_A - M_{\text{tot}} = 2,5 \lg(1 + \frac{T_B^4}{T_A^4})$, $m_A - m_{\text{tot}} = +3,8^m$; $m_B - m_{\text{tot}} = +0,03^m$; 48. $q_{\text{Jupiter}} = 0,073 \text{ cal}/(\text{cm}^2 \text{ min})$;
49. $F = \frac{L_{\text{soare}}}{4\pi R_{\text{soare}}^2} = q_0(\frac{r}{R_{\text{soare}}})^2$, $F = 63,25 \text{ MW/m}^2$, $F \times S = 1000 \text{ MW}$, $S = 15,8 \text{ m}^2$; 50. $q = 803,7 \text{ W/m}^2$;
51. $q_{\text{Marte}} = 1351 \text{ W/m}^2$, $T_{\text{Marte}} = 225\text{K} = -48^{\circ}\text{C}$; 52. $S = 78,54 \text{ m}^2$, de la Vega cad aproximativ 8×10^{11} fotoni/ m^2s , de la stea cad cu 10^{12} fotoni mai puțin $\Rightarrow$ mai puțin de 1 foton/ m^2s ; 53. $r = 1000\text{pc}$, $r' = 398 \text{ pc}$;
54. $M_C = -6,2$, $m_{\text{limitaHST}} = 22$, $r_C = 43 \times 10^6\text{pc} = 141,6 \times 10^6\text{a.l.}$; $T_{\text{minim}} = 5665\text{K}$.

X. Sisteme stelare. Tranzit. Albedo

1. $L_{\text{roi}} = 120,19 L_{\odot}$, $M_{\text{roi}} = -0,329$, $m_{\text{roi}} = +4,67$; 2. $M = 0,666$, $m = 1,66$; 3. $\frac{R_1}{R_2} = 3,6$, $\frac{T_1}{T_2} = 0,886$, deci steaua mai mică are temperatura mai mare ; 4. $a = 2,89 \times 10^7\text{km}$, $R_1 = 0,84 R_{\odot}$, $R_2 = 0,61 R_{\odot}$, $\mathcal{M}_1 = 0,61 \mathcal{M}_{\odot}$, $\mathcal{M}_2 = 0,46 \mathcal{M}_{\odot}$; 5.a) $P = 3$ zile, $\omega = 2,4 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$, b) $\frac{R_1}{R_2} = 1,6$, $\frac{T_1}{T_2} = 1,38$; 6.a) $R_{\text{planetă}} = 104\,307,2\text{km}$,
b) $f = 1,055\%$; 7.a) $\mathcal{M} = 1,522 \mathcal{M}_{\odot}$, $a = 3,9 \text{ UA}$, b) $R_S = 3R_{\odot} = 2088000\text{km}$, $R_{\text{Pl}} = 104\,400\text{km}$, c) $T_S = 4884\text{K}$, $T_{\text{Pl}} = 206\text{K} = -66^{\circ}\text{C}$; 8. $a = 0,08 \text{ UA} = 12\,155\,873\text{km}$, $\mathcal{M}_{\text{stea}} = 0,319 \mathcal{M}_{\odot}$, $\mathcal{M}_{\text{planeta}} = 0,085 \mathcal{M}_{\odot} = 27\mathcal{M}_{\text{Jupiter}}$, $R_{\text{stea}} = 324\,847 \text{ km}$, $R_{\text{planeta}} = 42\,353\text{km}$, $T_{\text{stea}} = 2965\text{K}$, $T_{\text{planeta}} = 343\text{K} = +70^{\circ}\text{C}$, deci viața ar putea exista pe planetă ; 9. $m_L = 0,11$; 10. $m = 0,32$; 65. $R = 385,9\text{km}$; 11. $A = 0,23$; 12. $r = 10\,883\,976 \text{ km}$; 13. a) $A_M = 0,199$, b) $A_{\text{Ph}} = 5,12\%$, $A_{\text{Dei}} = 5,98\%$; 14.a) $m_1 = +5,35$, b) $m_2 = +0,92$; 15. $\Delta m = 0,71$; 16. $D = 834\text{km}$; 17.a) $e = 0,115$, b) $\Delta m = 0,31$; 18. $m_{\text{satelit}} = m_{\text{Luna}} - 2,5 \lg L/L_{\text{Lună}}$, $m_{\text{roi}} = m_{\text{satelit}} - 2,5 \lg N$, $m_{\text{roi}} = -17,7$; 19. $R = 883 \text{ m}$; 20. $M_{\text{roi}} = -9,75$, $m_{\text{roi}} = +5,25$; 21. a) $a = 34,278\text{UA}$, $a_1 = 9,26\text{UA}$, $a_2 = 25\text{UA}$, $\mathcal{M}_B + \mathcal{M}_C = 0,655 \mathcal{M}_{\odot}$, $\mathcal{M}_B = 0,177 \mathcal{M}_{\odot}$, $\mathcal{M}_C = 0,478 \mathcal{M}_{\odot}$, b) $M_B = 9,4$, $L_B = 0,015 L_{\odot}$, c) $R_B = 0,0145 R_{\odot}$, pitică albă ; 22. a) $R_A = 61,4 R_{\odot}$; b) $\rho_A = 9 \cdot 10^{-5} \rho_{\odot} = 0,127 \text{ kg/m}^3$; c) $a_B = 0,147\text{UA} = 21\,970\,489 \text{ km}$; d) $P = 20\,475 \text{ ani}$; 23. a) $a = 656 \text{ UA}$; b) $P = 2624 \text{ ani}$; c) $\rho_A = 0,028 \rho_{\odot}$, $\rho_B = 0,034 \rho_{\odot}$; d) $L_A = 135\,384 L_{\odot}$, $L_B = 12\,371 L_{\odot}$; e) $M = -8$, $m = 3$; 24. a) $a = 0,276\text{UA}$; b) $L_A = 19\,963 L_{\odot}$, $T_B = 13\,377\text{K}$; c) $\mathcal{M}_B = 3,58 \mathcal{M}_{\odot}$; d) $m_{\text{minimă}} = 1,24$, $m_{\text{maximă}} = 2,77$. 25. $r = 561,8\text{pc}$, $M = -6,55$, $L = 36\,912 L_{\odot}$, $R = 10 R_{\odot}$, $M_{\text{min}} = -7,15$, $M_{\text{max}} = -5,75$, $L_{\text{max}} = 3,63 L_{\text{min}}$. 26. a) $P = 6805 \text{ ani}$; b) $M_A = 0,899$, $L_A = 38,76 L_{\odot}$, $R_A = 3 R_{\odot}$; c) $L_B = 4,25 L_{\odot}$, $T_B = 6764\text{K}$, $m_B = 5,2$; d) $\alpha = 22,5''$; e) $m = 2,69$; 27. a) $L = 2\,228\,435 L_{\odot}$, b) $r = 19\,953\,000 \text{ pc} = 65 \times 10^6 \text{a.l.}$, c) $v = 1496 \text{ km/s}$; 28.a) $t_{\text{supernova}} = 5928 \text{ î.Hr.}$, $r = 7936 \text{ a.l.}$, b) Norii care reflectă lumina ce ajunge la noi în 2008 se află pe un elipsoid ;
29. $X_{\text{mediu}} = 4,3$ (ProcyonB este pitică albă, are alt coeficient)

Nr.	Magnitudine absolută M	Luminozitate (în luminozități solare)	Masa (în mase solare)	Coeficient X
1	2,64	7,7980	1,773	3,58
2	13,09	0,0005	0,637	16,84
3	4,83	1,0380	1,008	4,01
4	8,69	0,0296	0,413	3,94
5	11,22	0,0029	0,434	3,87
6	12,72	0,0007	0,221	4,8
7	10,80	0,0042	0,347	5,17
8	10,91	0,0038	0,313	4,79

Formule pentru rezolvarea problemei 79: Determinarea magnitudinii absolute: $M = m + 5 + 5 \lg p$,
 determinarea luminozității: $\frac{L}{L_0} = 10^{-0,4(M - M_0)}$, determinarea sumei maselor: $S = M_1 + M_2 = \left(\frac{1}{p^2}\right) \times \left(\frac{\alpha''}{p''}\right)^3$,
 deci $M_1 = \frac{S}{1 + R}$, unde R este raportul maselor.

30. a) $r = 2\,589\,510\text{ a.l.}$, $D = 150\,651\text{ a.l.}$, $d = 67\,793\text{ a.l.}$, b) $L = 10,66 \times 10^9 L_\odot$.

31.

Denumire	Distanța (a.l.)	Dimensiuni (a.l.)
Norul Mare a lui Magellan	118 363	26 800
Norul Mic al lui Magellan	149 010	7800
Galaxia Triangulum (M33)	2 711 550	57 600×35 500
Galaxia Sombrero(M104)	45 000 000	117 800×52 300
Whirlpool Galaxy (M51)	25 895 100	82 800

32. $D = 80\text{ m.}$

34.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
- 0,03	0,04	0,15	0,37	0,45	0,55

2. F1 – F2 – steaua mare eclipsează steaua mică; F5 – F6 – steaua mică eclipsează steaua mare;

3. $R_2/R_1 = 0,607$; 4. $a = 4,94 R_{\text{Soare}}$; 5. $T = 10,76\text{ h.}$

XI. Instrumente astronomice

1. b) $\theta_1 = 0,68''$, $\theta_2 = 0,9''$, $m_{11} = 13,6$, $m_{12} = 12,9$, c) $G_1 = 100$, $G_1' = 36$, $G_2 = 133,3$, $G_2' = 48$;

2. $R_L = \frac{Ld_1}{2f} = 1728\text{ km}$, $r = 7125\text{ km}$, $T = 15\text{ h}$; 3. a) $f/F = d/D$, $f = 80\text{ mm}$; b) $G = 15$; c) $D_{\text{Lună}} = 7^0 45'$;

4. a) $D = \frac{1,22\lambda}{\alpha} = 100\text{ mm}$; b) $G = 2' / 1,38'' = 87$; $f = F/G = 9,1\text{ mm}$; 5. a) $\Delta t \sim \left(\frac{D}{F}\right)^2$, $\Delta t_2 = 0,316\text{ s}$;

b) $G_1 = 60$; $G_2 = 80$; c) $d_1 = 31^0$; $d_2 = 41^0 20'$; 6. a) $G = 50$; $\theta'' = 1,375''$; $m = 12^m$; b) $d = 25^0 50'$;

7. A) $D_{\text{real}} = D_{\text{aparent}} / G = 48'$, $AB = 29'$, $AC = 23'$; B) $Da, 31' < 48'$; 8. A) $m = 1,58^m$; B) $d = 33\text{ UA}$;

C) $D_{\text{min}} = 58\text{ mm}$; 9. $G = 164$, $\alpha = 32''$; 11. $G = \frac{F}{f} = \frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1}$. Diametrul imaginii Lunii se calculează

cu formula $D = (F+f) \times tg\alpha_2 = 70\text{ mm}$; 12. $D = h \sin\alpha$, $\alpha = \frac{250000\lambda}{d}$, $D = 21,5\text{ m}$; 13. A) $G = 150$,

$\theta = 2,75''$, $m_1 = 10,6^m$, B) $D = 69,8\text{ cm}$; 14. $\alpha = 0,218'' > \theta_{\text{HST}}$, deci se poate vedea, $r_{\text{gandacel}} = 41,25\text{ km}$;

15. $\theta = 0,000458''$; 16. $\theta = 0,001125''$; 17. $\theta = 0,025''$, $L = 43,6\text{ m}$; 19. a) $d_1 = 3\text{ mm}$, $d_2 = 5,6\text{ mm}$, b) ocularul f_2 ; c) $G_1 = 66,7$, $G_2 = 35,7$, $C_{\text{telescope}}^0 = C_{\text{ocular}}^0 / G$, $C_1^0 = 46,7'$, $C_2^0 = 1^0 27,4'$, d) $m = 13,6$, e) $4n \times 3n =$

$11\,000\,000\text{ px}$, $n_x = 3830$, $n_y = 2872$, dimensiunile senzorului sunt $x = 3,6\text{ mm}$, $y = 2,7\text{ mm}$, $\alpha = \frac{x}{F}$, deci

$C_{\text{CCD}}^0 = 12' \times 9'$, f) $\alpha_{\text{Mizar}} = \frac{\Delta x}{F}$, $\Delta x = 76\text{ px}$, g) $\theta = 0,69''$, h) 135 i/s corespund la m_1 , $0,25\text{ i/s}$ corespund la m_2 ,

$m_2 = m_1 + 2,5 \lg \frac{135}{0,25}$, $m_2 = 15,5$, i) $m_1 - m_3 = 2,5 \lg \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$, $m_3 = 22,9$; 20. A) $\theta = 0,34''$, $\theta_{\text{HST}} = 0,057''$, B) $D_V =$

$137,5\text{ m}$, $D_{\text{UV}} = 38,75\text{ m}$, C) $\theta = 525''$, $\frac{\theta}{\theta_{\text{HST}}} = 9210$, D) $\theta = 105\,000'' = 29^0 10'$. 21. $k = 10/3\text{ luni}$; $\frac{E}{E_0} = 10^{-8}$,

deci $t = 26,66\text{ luni}$, aproximativ 20 ianuarie 1935. 22. $d = 1,4 \cdot 10^{11}\text{ UA}$, $\theta_{\text{min}}^* = 0,02''$,

$$\frac{T^2(M_A+M_G)}{d^3} = \frac{T_P^2 M_S}{a_P^3}, T = 67,07 \cdot 10^9 \text{ ani}, t = 1035 \text{ ani}; \mathbf{23. a)} a_{Ch} = 0,05 \cdot a_L = 19 \, 646 \text{ km}; \text{ b) } a = \frac{1}{9} \cdot a_{Ch},$$

$$\frac{a}{R_{Pl}} = 1,83; \text{ c) } \sin \theta = \frac{a_{Ch}}{d_{max}}, \theta = 0,0546'', D = 256 \text{ mm}.$$

XII. Aplicații ale analizei spectrale în astronomie

2. $v = -13,7 \text{ km/s}$, se apropie de noi; 3. $v_1 = -24,67 \text{ km/s}$, $v_2 = +74 \text{ km/s}$; 4. i) $\lambda = 499,8 \text{ nm}$, ii) $\lambda = 21,014 \text{ cm}$,
 iii) $\lambda_{\text{relativist}} = 486,22 \text{ nm}$, iv) $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$, $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{V}{c} + 1$, $\lambda = 210,57 \text{ nm}$; 5. $\lambda_A T_A = \lambda_B T_B$, $M_A - M_B = 0,6$; 6. $T_C > T_A$
 $> T_B$; 7. $D = 67 \text{ a.l.}$, $r = 3839 \text{ a.l.}$; 8. $\frac{2v}{c} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$, $T = 24,88 \text{ zile}$; 9. $v = 1381,85 \text{ km/s}$, $\Delta R = 2,5''$, $r =$
 $\frac{v \Delta t}{\sin \Delta R} = 1166 \text{ pc}$; 10. $T_1 = 5800 \text{ K}$, $T_2 = 290 \text{ K} = 17^\circ \text{ C}$; 11. a) $T_A = 12 \, 343 \text{ K}$; $T_B = 2983 \text{ K}$; b) $R_B / R_A =$
 $2,7$; 12. roșie – albastră, $\lambda_1 T_1 = \lambda_2 T_2$; 13. a) $T = 51 \text{ ani}$, b) Dacă orbita ar fi circulară, steaua A ar fi în
 centrul traiectoriei, c) $a = 7,7''$, d) $a = 20 \text{ UA}$, e) $\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = 3,1 \mathcal{M}_\odot$, $\mathcal{M}_A = 2,2 \mathcal{M}_\odot$, $\mathcal{M}_B = 0,9 \mathcal{M}_\odot$, f) $L_A =$
 $33 L_\odot$, $L_B = 2,3 \times 10^{-3} L_\odot$, g) $R_A = 1,5 R_\odot$, $R_B = 2 \times 10^{-3} R_\odot$, h) $\rho_A = 790 \text{ kg/m}^3$, $\rho_B = 160 \, 000 \text{ kg/m}^3$; 14. a)
 Mișcarea în jurul centrului de masă comun și efectul Doppler, $a_J = 5,18 \text{ UA}$, $v_J = 13 \text{ km/s}$, $v_{\text{Soare}} = 12,37 \text{ m/s}$,
 b) B- vine spre noi, D – se îndepărtează, A, C – merge lateral față de direcția spre Pământ, c) $a = \sqrt[3]{T^2} =$
 $0,051 \text{ UA}$, $v = 131 \text{ km/s}$, $\mathcal{M}_{\text{planetă}} = 0,48 \mathcal{M}_J$, nu putem afla exact masa planetei dacă nu știm unghiul de
 înclinare al orbitei; 15. a) Din grafic, $v_1 = +52 \text{ km/s}$, $v_2 = -8 \text{ km/s}$, $v_{\text{sistem}} = +14 \text{ km/s}$ deci sistemul se
 îndepărtează, b) $v_A = 22 \text{ km/s}$, $v_P = 38 \text{ km/s}$, $e = 0,267$, $T = 100 \text{ zile}$, $v_P = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$, $a = 39,75 \times 10^6 \text{ km}$, $b^2 =$
 $a^2 (1-e^2)$, $b = 38,3 \times 10^6 \text{ km}$, $\mathcal{M} = 0,25 \mathcal{M}_\odot$, c) Timpul în care atinge viteza maximă e mai mic decât cel în
 care atinge viteza minimă, deci raza vizuală e pe direcția axei mici a elipsei; 15. a) $\beta = \frac{\lambda^2 - \lambda_0^2}{\lambda^2 + \lambda_0^2}$, $\frac{\Delta \lambda_1}{\lambda_0} =$
 $0,067$, $\frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_0} = 0,036$, $\frac{\Delta \lambda_3}{\lambda_0} = 0,204$, $v_1 = 19 \, 357 \text{ km/s}$, $v_2 = 10 \, 684 \text{ km/s}$, $v_3 = 55 \, 040 \text{ km/s}$; $r_1 = 277 \text{ Mpc} =$
 $901 \times 10^6 \text{ a.l.}$, $r_2 = 153 \text{ Mpc} = 498 \times 10^6 \text{ a.l.}$, $r_3 = 786 \text{ Mpc} = 2 \, 563 \times 10^6 \text{ a.l.}$, b) $L_1 = 510 \times 10^9 L_\odot$, $L_2 = 475 \times 10^9 L_\odot$,
 $L_3 = 2 \, 876 \times 10^9 L_\odot$; 16. a) $v = 267 \, 811 \text{ km/s}$, b) $r = 11,8 \times 10^9 \text{ a.l.}$;
 17. a) $v_C > v_D > v_A > v_B > v_E$, b) $1u = 2 \text{ nm}$, $\lambda_{Na} = 589 \text{ nm}$, $\Delta \lambda_A = 26 \text{ nm}$, $\Delta \lambda_B = 20 \text{ nm}$, $\Delta \lambda_C = 46 \text{ nm}$, $\Delta \lambda_D = 28 \text{ nm}$,
 $\Delta \lambda_E = -14 \text{ nm}$, $H_{\text{medie}} = 62,7 \text{ km/s} \times \text{Mpc}$.

v(km/s)	H (km/s×Mpc)
13 243	60
10 186	62
23 429,5	63,9
14 261,5	65

19. a) $R = 35,77 R_S$, $\lambda = \lambda_S / 5$, culoare albastră; b) $R = 1,39 R_J$; c) $R = 6,09 R_P$, pitică albă;

XIII. Probleme de trigonometrie sferică. Mișcări proprii ale stelelor

1. $\cos d = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos (L_1 - L_2)$, $\frac{360^\circ}{d} = \frac{2\pi R_p}{d(\text{km})} \Rightarrow d_{\min} = 7643,45 \text{ km}$;

2. $\cos z = \cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \varphi) + \sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \varphi) \cdot \cos H \Rightarrow H \approx 84^\circ 50' \Rightarrow$
 $t_1 = 0^h 9^m 36^s$
 $t_1 = 13^h 4^m 16^s$

3. $H_{\text{rasarit}} = -90^0$; $A_{\text{rasarit}} = -(90^0 - \delta) = -73,3^0$; $\theta_{\text{rasarit}} = \alpha - 90^0 = 45\text{min}$; Soarele la meridian $\Rightarrow \theta_{\text{Soare}} = \alpha_{\text{Soare}} = 18\text{h}$; $\Delta t = 24\text{h}45\text{min} - 18\text{h} = 6\text{h}45\text{min}$; 4. Capella – circumpolară; 5. $\varphi_2 = 74,15^0$;
6. a) Declinația Lunii este $\delta_L = -23,5^0 \pm 5^0$, $H_{\text{max}} = 93,7^0$, $H_{\text{min}} = 92,3^0$, $\Delta t_{\text{max}} = 12\text{h}29\text{min}36\text{s}$, $\Delta t_{\text{min}} = 12\text{h}18\text{min}20\text{s}$, b) Între $t_{\text{răsărit1}} = 17\text{h}46\text{min}20\text{s}$ și $t_{\text{răsărit2}} = 17\text{h}51\text{min}54\text{s}$; 7. $\varphi = 88^0 23' 9''$;
8. Ziua polară: $\varphi > 70^0 06' \text{ N}$, Noaptea polară: $\varphi > 71^0 48' \text{ S}$; 9. a) 3031 stele, b) Polaris;
10. $H = 95,45^0$, $\Delta t = 12\text{h}43\text{min}34\text{s}$, $t_{\text{răsărit}} = H_{\text{răsărit}} + \eta = 18\text{h}23\text{min}59\text{s}$, $t_{\text{apus}} = 7\text{h}28\text{min}57\text{s}$;
11. $h = 2800 \text{ km}$; 12. a) $t_2 = 2\text{h} 53\text{min} 43\text{s}$, $A_2 = 10^0$, b) $\delta = +6,4^0$; 13. a) $\delta_{\text{minim}} = -46^0 27' 50''$, b) $A_{\text{răsărit}} = 241,275^0$, $A_{\text{apus}} = 118,726^0$, $\theta_{\text{răsărit}} = 6\text{h}48\text{min}40,5\text{s}$, $\theta_{\text{apus}} = 21\text{h}43\text{min}35,5\text{s}$, c) $t_{\text{legal}} = H_{\text{Soare}} + 12\text{h} + \eta + n - L$, $T_{\text{legal}} = 26\text{h}56\text{min}19\text{s}$; 14. a) Capella – vest, Vega – est, $H_C = 18\text{h}50\text{min}$, $H_V = 5\text{h}26\text{min}$, b) $\Delta\theta = 1\text{h}24\text{min}$, c) $H_{C2} = \alpha_V - \alpha_C = 13\text{h}24\text{min}$, $H_{C3} = 1\text{h}24\text{min}$; 15. a) $\Delta t = 8\text{h}11\text{min}$, $L_3 = -201,72^0 \text{ Vest} = +158^0 17' \text{ Est}$, b) $\delta_{\text{minim}} = \varphi_{\text{maxim}} - 90^0 - R' - \arccos(R/R+h)$, $\varphi_{\text{maxim}} = 34,08^0$, $\delta_{\text{minim}} = -59^0 42'$; 16. $\Delta\varphi = \Delta\delta = 50'$,

$$\Delta\lambda + \frac{\Delta\alpha_P}{\cos\varphi_P} - \frac{\Delta\alpha_0}{\cos\varphi_0} = 2\text{min } 23\text{s};$$

 $\Delta\delta = \cos\varphi\Delta\beta$, $\Delta\beta = 1^0 5'$; 17. $t_{\text{urs}} = 7\text{min}4\text{s}$, $t_{\text{pinguin}} = 9\text{min}16\text{s}$, deci $\Delta t = \frac{\omega}{\omega} = 2\text{min } 23\text{s}$;
18. $h = 32,88^0$; 19. Precesia duce γ cu $50''/\text{an}$ în sens direct $\Rightarrow \alpha_2 = \alpha_1 + 100 \mu_\alpha + 100 \times 50''/\text{an} = 6\text{h}45\text{min}31\text{s}$, $\delta_2 = \delta_1 + 100 \mu_\delta - 100 \times 0,47''/\text{an} = -16^0 36' 48''$; 20. a) $r = 1/p$, $r = 2,66\text{pc}$, $v_t = \mu \times r$,
 $\mu = \sqrt{\mu_\delta^2 + (\mu_\alpha \cos\delta)^2} = 1,239''/\text{an} \Rightarrow v_t = 15,6 \text{ km/s}$, $v_{\text{total}} = \sqrt{v_t^2 + v_r^2} = 17,6 \text{ km/s}$; b) $\Delta t = 67\,343 \text{ ani}$;
c) $p_{\text{maxim}} = 0,42''$; 21. a) $v_r = +53,8\text{km/s}$, $v_t = 19,75\text{km/s}$, $v = 57,3\text{km/s}$, b) $p = 1,049''$, $\Delta t = 28\,000\text{ani}$,
 $\mu = 7,05''/\text{an}$, $m = -0,65$; 22. $\cos H = -\text{tg}\delta \text{tg}\varphi$, $\theta = H + \alpha$, $\theta_{\text{răsărit}} = 7\text{h}2\text{min}33\text{s}$, $\theta_{\text{apus}} = 21\text{h}28\text{min}51\text{s}$;
23. $v_r = -64\text{km/s}$, $v_t = 75\text{km/s}$, $v = 98,6\text{km/s}$, $r_{\text{min}} = 2,65\text{pc} = 8,64\text{a.l.}$, $m_{\text{max}} = 4,62$.
26. a) $\mu_\alpha = 0,005444 \text{ s/an}$, $\mu_\delta = -0,03375''/\text{an}$, $\mu = \sqrt{\mu_\delta^2 + (15\mu_\alpha \cos\delta)^2}$, unde δ este media celor 2 valori, $\mu = 0,05643''/\text{an}$, $v_t = 6,5 \text{ km/s}$, $v_r = -12 \text{ km/s}$, $v = 13,65 \text{ km/s}$; b) $\text{tg}\theta = v_t / v_r = 0,54$, $\theta = 28,4^0$, distanța la care se află acum este $d = 24,3\text{pc}$, distanța parcursă $D = d \cdot \cos\theta = 21,4\text{pc}$, distanța minimă este $d' = 11,6\text{pc}$, $\Delta t = 1\,533\,629 \text{ ani}$; c) $m = 0,7$;
27. $t_m = TU + 2\text{h} = 0\text{h}$, $TU = 22\text{h}$, $\theta_G = \theta - L = 12\text{h}38\text{m}56\text{s}$, deci, în ziua observației, $\theta_{0G} = 14\text{h}39\text{m}18\text{s}$. De la 1 ian 2014, în fiecare zi solară momentul sideral al miezului nopții crește cu $3\text{min}56\text{s}$. Deci au trecut $121,6$ zile. Ziua observației este în jurul datei de 1 mai; $h_{\text{max}} = 63^0 52' 9,9''$.

XIV. Evoluție stelară

2. $P_2 = P_1 (R_2/R_1)^2$, $P_2 = 15\text{s}$; 3. $t = \sqrt{\frac{2R^3}{KM}} = \sqrt{\frac{2 \times 3M}{KM \times 4\pi\rho}} = 847\,838 \text{ ani}$, nr. stele = $\frac{M_{\text{transformata}}}{t_{\text{ff}}} = 0,6 \times \mathcal{M}_{\text{Soare}} / \text{an} \Rightarrow$ se formează 6 stele la fiecare 10 ani; 4.1) $\cos i = 0,73$, $i = 43^0$, 2) $R = \frac{c}{2} (\Delta t_- + \Delta t_+)$,
3) $R = 239 \text{ zile-lumină}$, $d = 49\,180\text{pc}$, 4) $L = 13 \times 10^7 L_{\text{Soare}}$; 5. $\Delta t = 10^8 \text{ ani}$;
6. $E_C = \frac{1}{2} E_p$, $v = \sqrt{\frac{KM(N-1)}{2R}} = 498\text{m/s}$; 7. a) $v = 2,3 \text{ km/s}$, b) $v_e = 5 \text{ km/s}$; 8. $\Delta t = \frac{W_{\text{consumata}}}{L}$,
 $W_{\text{consumată}} = 0,2 \mathcal{M} E$, $\mathcal{M} / \mathcal{M}_\odot = \sqrt{\frac{L}{L_\odot}} \times \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2$, $\Delta t = 650 \times 10^6 \text{ ani}$; 9. Magnitudinea absolută a stelei
de la punctul de curbura al secvenței principale este $M = 5$, $\frac{L}{L_\odot} = 0,887$, $\Delta t = 11 \times 10^9 \text{ ani}$;
10. a) $\mathcal{M} = 205 \text{ mase solare}$, $N = 68 \text{ stele}$; b) $P = 48,5 \text{ zile}$; 11. $\rho = 1,4 \cdot 10^{13} \text{ kg/m}^3$, $R = 17 \text{ km}$,
 $g = 66\,500 \text{ m/s}^2$; 12. $r_0 = 150\,000 \text{ km}$, $P = 10,66 \cdot 10^{-6} \text{ s}$; 13. $R_{\text{Sh}} = 2G\mathcal{M}/c^2 = 0,59\text{UA}$, $\rho = 20\,367 \text{ kg/m}^3$;
14. $P = 32,5 \text{ h}$, $\Delta T = 9524\text{K}$; 16. A) $\Delta t = R/v = 338,21 \text{ ani}$, B) $v_{\text{stea}} = 529,5 \text{ km/s}$.

Bibliografie:

1. “Astronomie – manual pentru clasa a XII-a” – Gheorghe Chiș – Editura Didactică și Pedagogică – 1980
2. “Astronomie și științe” Mihail Sandu Editura CONPHYS –Râmnicu Vâlcea 2007
3. “TOP-FIZ, Probleme de fizică” Mihail Sandu, Editura Didactică și Pedagogică - 2009
4. “Culegere de probleme de astronomie și astrofizică pentru olimpiadele naționale și internaționale” – Marin Dacian Bica – Editura Cygnus Suceava - 2013
5. “The Cosmic Perspective” – Bennett, Donahue – Ed. Pearson – 2007
6. „Fundamental Astronomy-Fifth Edition” – H. Karttunen, P. Kroger, K. Donner - Editura Springer-Heidelberg, Berlin-2007
7. „Astronomie. Culegere de exerciții, probleme și programe de calcul.”T. Oproiu; A Pal ; V. Pop; V. Ureche- Reprografia Universității din Cluj – Napoca, 1989
8. Subiecte date la Olimpiada de Astronomie și Astrofizică.